

Compendio de artículos sobre radar

Antonio Valles Castro



Impreso en el CAE-UVICOA - Septiembre 2009



PRESENTACION

Presentar una recopilación de los distintos estudios sobre Proceso de la Señal Radar realizados durante el tiempo en que el autor estuvo destinado en la Escuela “Antonio de Escaño” como profesor titular del Departamento de Operaciones - Sección de Electrónica y que fueron publicados en la revista de esta Escuela “Temas Navales” tiene un doble significado, primero haber recibido la propuesta de hacerlo, lo que habla de amistad por si mismo y segundo ya en un aspecto científico-técnico, porque se pone al alcance de la mayoría lo que normalmente sólo está al alcance de una minoría.

Decía el Almirante D. Tomás García-Figueras y Romero (Rv) que **“la capacidad de síntesis no es sólo una virtud sino una capacidad intelectual del individuo y como tal debía valorarse”**... el compendio de artículos sobre el Proceso de la Señal Radar hace cierta esta afirmación.

Seguí con gran interés la publicación de todos los artículos... me parecieron claros, concisos y ordenados, extrayéndose sin mucha dificultad, las conclusiones que el autor pretendía.

Por un periodo de 18 años estuve dedicado a la enseñanza de la Guerra Electrónica en el CPT-CIA (Base Naval de Rota) como profesor titular en el Departamento de Guerra Electrónica formando a Oficiales, Suboficiales y Cabos en el manejo, operación y uso Táctico de los sistemas de Guerra Electrónica instalados en los buques de la Flota... el interés por los artículos está sobradamente justificado.

Recomendé a mis alumnos su lectura y estudio pues el objetivo de mis enseñanzas conducían en síntesis a sumergirse en el Espectro Electromagnético con receptores, radiogoniómetros, preprocesadores y transmisores pseudo inteligentes para explorarlo tratando de localizar, detectar, analizar, identificar, clasificar y combatir electrónicamente cualquier amenaza procedente de un **radar** enemigo. Y al enemigo para combatirlo eficazmente... antes hay que conocerlo profundamente.

Esa necesidad de “conocer” fue la que me impulsó a introducir en mis lecciones parte de estas síntesis, cuando no fotocopias del artículo completo, para apoyo y refresco de conocimientos sobre Radar que en teoría los alumnos estudiaron en su momento y que podrían estar olvidados.

La excelencia en el conocimiento es la base de una adecuada explotación de todos nuestros Sistemas, porque no olvidemos que el usuario, que es el que posee la excelencia en el conocimiento, sigue siendo el eslabón más débil de cualquier Sistema.

Este Compendio de artículos sobre Proceso de señal Radar del TN (CES-OPS-ER) Antonio Valles Castro alimenta esta “**excelencia en el conocimiento**” de forma magistral.

Juan Julián Brines Ballester
Capitán de Fragata (CES-OPS-ER)
Jefe del Área de EL, ER y AR del ISEMER

PROLOGO

A lo largo de los años, durante mi destino como profesor titular del departamento de Operaciones, Sección de Electrónica de la Escuela "Antonio de Escaño" he escrito una serie de artículos en la revista "Temas navales" publicada por esta escuela.

La mayoría de los artículos tienen como tema central el estudio del radar, materia principal de nuestra especialidad. Aunque he escrito sobre otros temas, el radar y en particular el proceso de la señal radar ha sido el tema de la mayoría de los artículos.

Mi propósito al escribir estos artículos es hacer llegar a los especialistas, especialmente en electrónica y artillería, y a todos aquellos que estén interesados, una serie de informaciones sobre radar que se escapan de los objetivos y programas que se imparten en esta Escuela. Creo firmemente que la misión de formación de la Escuela no se acaba cuando los alumnos finalizan los diferentes cursos y se van, sino que debe perdurar mientras los ex alumnos, ejerciendo sus cometidos profesionales, puedan necesitarlo.

Con ese mismo espíritu hago esta recopilación de los artículos sobre radar. Algunos pueden parecer áridos, con mucha matemática, pero todos los que hemos estudiado estas materias sabemos que a veces es imprescindible el soporte matemático. De cualquier manera, el nivel de matemáticas utilizado en estos artículos está al alcance de casi todos aquellos que lean estos artículos.

Espero que este libro sea de interés y que valga para completar la formación de todos aquellos, especialistas o simplemente curiosos, que estudien o simplemente lean, este libro.

INDICE

1. Estudio matemático del comportamiento de las guías de ondas
2. El filtro adaptado ese gran desconocido
3. Teoría de la transformada de Fourier aplicada al radar
4. Análisis de espectros. Señales del radar de pulsos
5. Análisis de las señales de radar utilizando las transformadas de tiempo-frecuencia
6. La función de ambigüedad en el radar
7. Fotónica aplicada al proceso de señal en microondas
8. FPGA´s. Aplicaciones en radar

NOTA DEL AUTOR: *En los diferentes artículos se reproduce el formato original de su publicación en la revista "Temas Navales" de la Escuela de Especialidades "Antonio de Escaño".*



**Escuela de Especialidades
"Antonio de Escaño"**

Estudio matemático del comportamiento de las guías de ondas.

Aplicación al estudio de las guías de onda rectangulares

**AN. Antonio Valles Castro
Dpto. Operaciones. Electrónica**

INTRODUCCION

Dentro de los sistemas de radar, uno de los componentes que, a mi modo de ver, son más difíciles de explicar, son las guías de onda. Son dispositivos que por sus propias características se hacen poco intuitivos. ¿Cómo se puede explicar los campos que se forman durante la propagación de la onda dentro de una guía?. Es algo que no se ve y solo con ciertas prácticas realizadas en el banco de microondas se puede intuir. Incluso en los mismos equipos de radar es difícil ver el comportamiento y comprobar si la guía de onda funciona correctamente.

Por este motivo considero que el conocimiento teórico del comportamiento de las guías de onda se hace, sino imprescindible, si muy importante a la hora de estudiar estos dispositivos.

El comportamiento teórico de las guías de onda se basa en las ecuaciones de Maxwell. El cálculo de estas ecuaciones es muy complejo, con ecuaciones diferenciales a las que hay que aplicar unas condiciones de contorno y que muchas veces se hacen muy farragosas.

En este trabajo, dirigido fundamentalmente a los especialistas en electrónica y artillería que posean ciertos conocimientos en cálculo diferencial e integral, se intenta explicar el funcionamiento teórico de las guías de onda de una manera mas sencilla que la que podemos encontrar en los libros, donde no suelen bajar al detalle a la hora de realizar las diferentes demostraciones.

El trabajo está dividido en dos partes. En una primera se estudia el comportamiento general de las ondas en una guía de ondas. En la segunda parte el estudio se centra en las guías de onda rectangulares con ondas transversales eléctricas, que son las de mayor utilización en los radares que tenemos a bordo de nuestros buques.

Espero que este trabajo sea útil a todos aquellos que deseen introducirse más en el estudio de estos dispositivos que son fundamentales en los sistemas de radar.

COMPORTAMIENTO GENERAL DE LAS ONDAS EN ESTRUCTURAS DE GUIAS UNIFORMES

Para este estudio vamos a suponer que las ondas se propagan en la dirección +Z con una constante de propagación

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

En cuanto a la dependencia del tiempo con la frecuencia angular ω en el eje Z se puede escribir

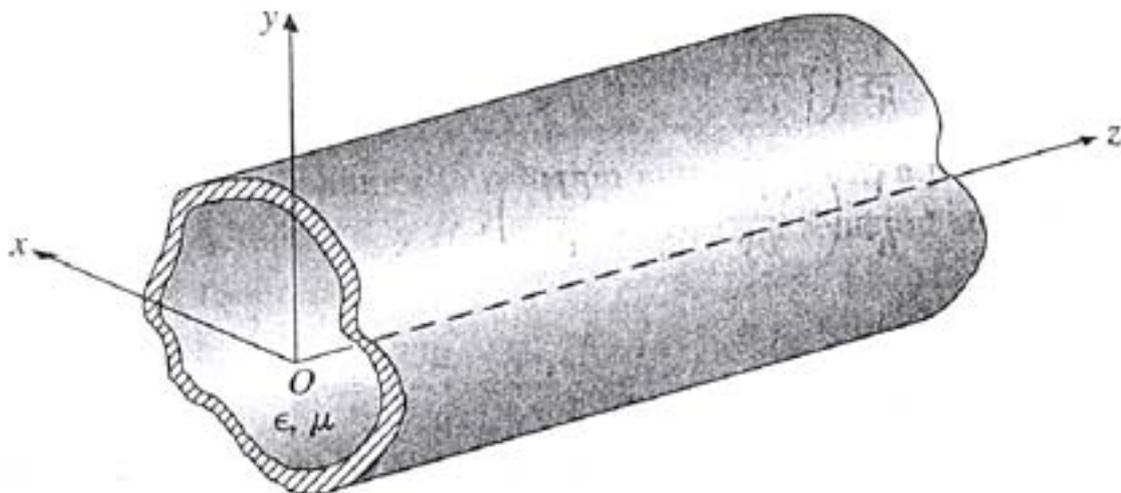
$$e^{-\gamma z} e^{j\omega t} = e^{(j\omega t - \gamma z)} = e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \beta z)}$$

Podemos escribir la expresión instantánea del campo E en coordenadas cartesianas

$$E(x, y, z; t) = \text{Re} \left[E^0(x, y) e^{(j\omega t - \gamma z)} \right]$$

donde $E^0(x, y)$ es la representación fasorial que solo depende de las coordenadas transversales. Podemos entonces reemplazar las derivadas parciales con respecto a Z por productos con $(j\omega)$ y $(-\gamma)$ y se puede eliminar el factor común $e^{(j\omega t - \gamma z)}$.

Consideramos una guía de onda recta constituida por un tubo metálico relleno con dieléctrico.



Las intensidades de los campos eléctricos y magnéticos satisfacen las siguientes ecuaciones

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0 \quad (2)$$

donde $k =$ número de onda $k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$

El operador laplaciano tridimensional ∇^2 se puede separar en dos partes $\nabla_{x,y}^2$ para las coordenadas transversales y ∇_z^2 para la longitudinal.

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \left(\nabla_{x,y}^2 + \nabla_z^2 \right) \mathbf{E} = \left(\nabla_{x,y}^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \mathbf{E} = \nabla_{x,y}^2 \mathbf{E} + \gamma^2 \mathbf{E} \quad (3)$$

Combinando las ecuaciones (1) y (3)

$$\nabla_{x,y}^2 \mathbf{E} + (\gamma^2 + K^2) \mathbf{E} = 0 \quad (4)$$

y análogamente

$$\nabla_{x,y}^2 \mathbf{H} + (\gamma^2 + K^2) \mathbf{H} = 0 \quad (5)$$

La solución exacta de estas ecuaciones depende de la geometría transversal y de las condiciones de contorno de la guía. De estas ecuaciones deducimos las componentes longitudinales E_z^0 y H_z^0

Ahora hallaremos las seis componentes transversales de campo en coordenadas cartesianas. Para ello deberemos desarrollar las ecuaciones de rotacional de Maxwell libres de fuentes ($J=0$).

De la Ley de Faraday

$$\nabla \times E = -j\omega\mu H$$

Salen las expresiones

$$\frac{\partial E_z^0}{\partial y} + \gamma E_y^0 = -j\omega\mu H_x^0 \quad (6)$$

$$-\gamma E_x^0 - \frac{\partial E_z^0}{\partial x} = -j\omega\mu H_y^0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial E_y^0}{\partial x} - \frac{\partial E_x^0}{\partial y} = -j\omega\mu H_z^0 \quad (8)$$

Y de la ley de Ampere

$$\nabla \times H = j\omega\varepsilon E$$

sacamos las ecuaciones

$$\frac{\partial H_z^0}{\partial y} + \gamma H_y^0 = j\omega\varepsilon E_x^0 \quad (9)$$

$$-\gamma H_x^0 - \frac{\partial H_z^0}{\partial x} = j\omega\varepsilon E_y^0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial H_y^0}{\partial x} - \frac{\partial H_x^0}{\partial y} = j\omega\varepsilon E_z^0 \quad (11)$$

Obsérvese que las derivadas parciales con respecto a Z se reemplazan por $(-\gamma)$.

Trabajando con estas ecuaciones podemos expresar las componentes transversales H_x^0 , H_y^0 , E_x^0 y E_y^0 en función de las componentes longitudinales H_z^0 y E_z^0 .

Ejemplo:

Combinando las ecuaciones (6) y (10) para eliminar E_y^0 y obtener H_x^0

$$\frac{\partial E_z^0}{\partial y} + \gamma E_y^0 = -j\omega\mu H_x^0$$

$$-\gamma H_x^0 - \frac{\partial H_z^0}{\partial x} = j\omega\varepsilon E_y^0$$

$$h^2 = \gamma^2 + k^2 \quad k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$$

Operando

$$E_y^0 = \frac{-j\omega\mu H_x^0 - \frac{\partial E_z^0}{\partial x}}{\gamma}$$

y la otra ecuación

$$E_y^0 = \frac{-\gamma H_x^0 - \frac{\partial H_z^0}{\partial x}}{j\omega\epsilon}$$

igualamos

$$\frac{-j\omega\mu H_x^0 - \frac{\partial E_z^0}{\partial x}}{\gamma} = \frac{-\gamma H_x^0 - \frac{\partial H_z^0}{\partial x}}{j\omega\epsilon}$$

$$\omega^2 \mu\epsilon H_x^0 - \frac{\partial E_z^0}{\partial x} j\omega\epsilon = -\gamma^2 H_x^0 - \gamma \frac{\partial H_z^0}{\partial x}$$

$$H_x^0 (\omega^2 \mu\epsilon + \gamma^2) = \frac{\partial E_z^0}{\partial x} j\omega\epsilon - \gamma \frac{\partial H_z^0}{\partial x}$$

$$H_x^0 = \frac{1}{h^2} \left(\frac{\partial E_z^0}{\partial x} j\omega\epsilon - \gamma \frac{\partial H_z^0}{\partial x} \right)$$

El resultado final después de las operaciones será:

$$H_x^0 = -\frac{1}{h^2} \left(\gamma \frac{\partial H_z^0}{\partial x} - \frac{\partial E_z^0}{\partial x} j\omega\epsilon \right) \quad (12)$$

De la misma manera sacaremos el resto de las ecuaciones de las componentes

$$H_y^0 = -\frac{1}{h^2} \left(\gamma \frac{\partial H_z^0}{\partial y} + j\omega\epsilon \frac{\partial E_z^0}{\partial x} \right) \quad (13)$$

$$E_x^0 = -\frac{1}{h^2} \left(\gamma \frac{\partial E_z^0}{\partial x} + j\omega\mu \frac{\partial H_z^0}{\partial y} \right) \quad (14)$$

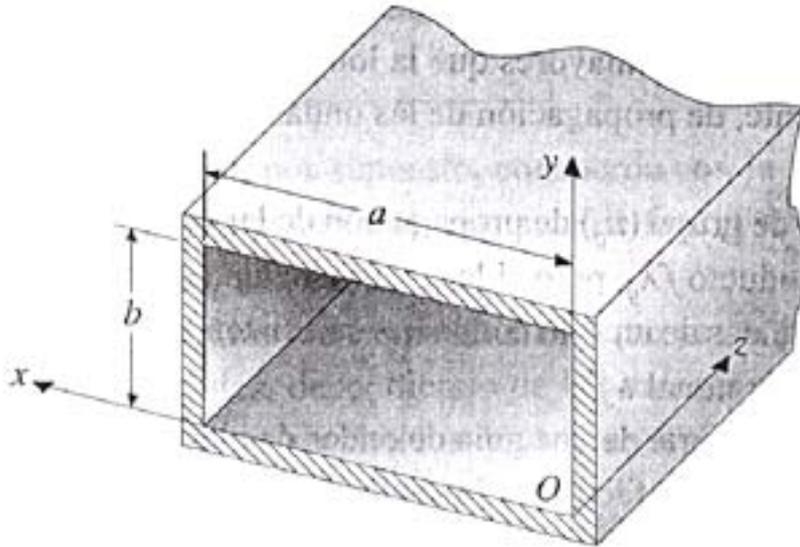
$$E_y^0 = -\frac{1}{h^2} \left(\gamma \frac{\partial E_z^0}{\partial y} - j\omega\mu \frac{\partial H_z^0}{\partial x} \right) \quad (15)$$

Resumen:

El comportamiento de las ondas en una guía puede analizarse resolviendo las ecuaciones (4) y (5) para los componentes longitudinales E_z^0 y H_z^0 , teniendo en cuenta las condiciones de contorno requeridas y utilizando las ecuaciones (12) a (14) para determinar las otras componentes.

ONDAS TRANSVERSALES ELECTRICAS EN GUÍAS DE ONDAS RECTANGULARES

Las ondas transversales eléctricas (TE) no tienen componente en el campo eléctrico en la dirección de propagación.



Partimos de la ecuación (5) vista anteriormente

$$\nabla_{x,y}^2 H + (\gamma^2 + k^2) H = 0 \quad (5)$$

Resolvemos la ecuación para H_z

Y escribimos

$$H_z(x, y, z) = H_z^0(x, y) e^{-\gamma z} \quad (16)$$

Donde $H_z^0(x, y)$ satisface la siguiente ecuación en derivadas parciales de 2º grado.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + h^2 \right) H_z^0(x, y) = 0 \quad (17)$$

Suponemos que la solución $H_z^0(x, y)$ puede expresarse como un producto de una función $X(x)$, que únicamente depende de x , y de una función $Y(y)$ que solo depende de y :

$$H_z^0(x, y) = X(x)Y(y) \quad (18)$$

El teorema de la unicidad, garantiza que la solución de la ecuación anterior, independientemente de la manera que se obtenga, es la única solución posible si satisface las condiciones de frontera del problema. Siguiendo el método de separación de variables y sustituyendo la ecuación (18) en la (17) y dividiendo la ecuación resultante por $X(x)Y(y)$ obtenemos

$$-\frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X(x)}{dx^2} = \frac{1}{Y(y)} \frac{d^2 Y(y)}{dy^2} + h^2$$

Ambos lados de la ecuación se igualarán a una constante para que la ecuación sea válida. La constante es k_x^2 llamada “constante de separación”.

$$-\frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X(x)}{dx^2} = k_x^2$$

$$\frac{d^2 X(x)}{dx^2} = -k_x^2 X(x) \text{ y finalmente queda}$$

$\frac{d^2 X(x)}{dx^2} + k_x^2 X(x) = 0$
--

$$\frac{d^2 Y(y)}{dy^2} + K_y^2 Y(y) = 0$$

Tenemos dos ecuaciones diferenciales ordinarias donde la constante es

$$k_y^2 = h^2 - k_x^2$$

Las soluciones generales de estas ecuaciones son

$$X(x) = A \operatorname{sen} k_x x + B \cos k_x x$$

$$Y(y) = C \operatorname{sen} k_y y + D \cos k_y y$$

las formas apropiadas que deben elegirse para $X(x)$ e $Y(y)$ deben ser tales que satisfagan las condiciones de frontera.

1.- En la dirección x:

$$\frac{\partial H_z^0}{\partial x} = 0 \quad (E_y = 0) \quad \text{en } X=0$$

$$\frac{\partial H_z^0}{\partial x} = 0 \quad (E_y = 0) \quad \text{en } X=a$$

El campo magnético normal a las paredes derecha e izquierda será igual a cero.

2.- En la dirección y:

$$\frac{\partial H_z^0}{\partial y} = 0 \quad (E_x = 0) \quad \text{en } Y=0$$

$$\frac{\partial H_z^0}{\partial y} = 0 \quad (E_x = 0) \quad \text{en } y=b$$

De la misma manera el campo magnético normal a las paredes inferior y superior será igual a cero.

Si operamos con la ecuación (18) e introducimos en ella las soluciones generales

$$H_z^0(x, y) = (A \cos k_x x + B \operatorname{sen} k_x x)(C \cos k_y y + D \operatorname{sen} k_y y) \quad (19)$$

Condiciones:

$$\frac{\partial H_z^0}{\partial x} = 0 \quad x = 0$$

Derivamos la expresión y aplicamos las condiciones de frontera

$$\frac{\partial H_z^0}{\partial x} = (-A k_x \operatorname{sen} k_x x + B k_x \cos k_x x)(C \cos k_y y + D \operatorname{sen} k_y y) \quad (20)$$

$$\frac{\partial H_z^0}{\partial x} = B k_x (C \cos k_y y + D \operatorname{sen} k_y y) = 0$$

Siguiente condición

$$\frac{\partial H_z^0}{\partial y} = 0 \quad y = 0$$

Ahora derivamos con respecto a "y"

$$\frac{\partial H_z^0}{\partial y} = (-C k_y \operatorname{sen} k_y y + D k_y \cos k_y y)(A \cos k_x x + B \operatorname{sen} k_x x) \quad (21)$$

$$\frac{\partial H_z^0}{\partial y} = D k_y (A \cos k_x x + B \operatorname{sen} k_x x) = 0$$

A la vista de las ecuaciones vamos a suponer que $B=D=0$

Con lo que las ecuaciones (20) y (21) se reducen

$$\frac{\partial H_z^0}{\partial x} = -ACk_x (\text{sen} k_x x) (\cos k_y y)$$

$$\frac{\partial H_z^0}{\partial y} = -ACk_y (\cos k_x x) (\text{sen} k_y y)$$

La otra condición de frontera es

$$\frac{\partial H_z^0}{\partial x} = 0 \quad x = a$$

$$\frac{\partial H_z^0}{\partial y} = 0 \quad y = b$$

$$\frac{\partial H_z^0}{\partial x} = -Ak_x C (\text{sen} k_x a) (\cos k_y y) = 0$$

$$\frac{\partial H_z^0}{\partial y} = -Ak_y C (\cos k_x x) (\text{sen} k_y b) = 0$$

Las soluciones que nos interesan de estas ecuaciones son

$$\text{sen} k_x a = 0$$

$$\text{sen} k_y b = 0$$

por lo que

$$k_x = \frac{m\pi}{a} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$k_y = \frac{n\pi}{b} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Sustituyendo los resultados en la ecuación (19)

$$H_z^0 = A \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) C \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right)$$

Donde A y C son constantes cuyo producto H_0 llamaremos

por tanto la solución es

$$H_z^0(x, y) = H_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \quad (\text{A/m})$$

Las otras componentes del campo se obtienen de las ecuaciones (12) al (15)

$$E_x^0(x, y) = \frac{j\omega\mu}{h^2} \left(\frac{n\pi}{b}\right) H_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \text{sen}\left(\frac{n\pi}{b} y\right)$$

$$E_y^0(x, y) = -\frac{j\omega\mu}{h^2} \left(\frac{m\pi}{a}\right) H_0 \text{sen}\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right)$$

$$H_x^0(x, y) = \frac{\gamma}{h^2} \left(\frac{m\pi}{a} \right) H_0 \operatorname{sen} \left(\frac{m\pi}{a} x \right) \cos \left(\frac{n\pi}{b} y \right)$$

$$H_y^0(x, y) = \frac{\gamma}{h^2} \left(\frac{n\pi}{b} \right) H_0 \cos \left(\frac{m\pi}{a} x \right) \operatorname{sen} \left(\frac{n\pi}{b} y \right)$$

Donde

$$h^2 = \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2$$

$$\gamma = j\beta = j\sqrt{k^2 - h^2} = j\sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2}$$

FRECUENCIA DE CORTE

En una guía solo se propagan las frecuencias superiores a la de corte $f > f_c$. La frecuencia de corte ocurre cuando se anula γ .

Como habíamos visto antes:

$$\gamma = \sqrt{h^2 - k^2} = \sqrt{h^2 - \omega^2 \mu \epsilon}$$

Si consideramos que

$$\gamma = 0$$

$$h^2 - \omega_c^2 \mu \epsilon = 0$$

$$h^2 = \omega_c^2 \mu \epsilon$$

Por lo tanto

$$\omega_c = \frac{h}{\sqrt{\mu \epsilon}}$$

Como

$$h^2 = \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2$$

$$h = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2}$$

entonces

$$f_c = \frac{h}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{2\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2}$$

“m” y “n” son los índices de modo e indican:

TE_{m,n}

m = Número de medias longitudes de onda en la dimensión “a”
(dirección x)

n = Número de medias longitudes de onda en la dirección "b"
(dirección y)

Si volvemos a la expresión

$$f_c = \frac{1}{2\sqrt{\mu\varepsilon}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

Y sabemos que la velocidad de la luz es

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

Tenemos una expresión de la frecuencia de corte

$$f_c = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

Que para el modo dominante TE_{10}

$$f_c = \frac{c}{2a}$$

y la longitud de onda de corte es

$$(\lambda_c)_{TE_{10}} = 2a$$

El modo con menor frecuencia de corte (λ_c mas grande) es el **modo dominante**. Por lo tanto el modo dominante en una guía de ondas rectangular es el TE_{10} .

IMPEDANCIA DE ONDA PARA LOS MODOS TE

La impedancia de onda es la relación entre las componentes transversales de intensidad del campo eléctrico E_x^0 y E_y^0 y de campo magnético H_x^0 y H_y^0 .

La expresión de la impedancia de onda es la siguiente

$$Z_{TE} = \frac{E_x^0}{H_y^0} = -\frac{E_y^0}{H_x^0} = \frac{j\omega\mu}{\gamma} \Omega$$

BIBLIOGRAFÍA

- Rodolfo Neri Vela. *“Líneas de Transmisión”*. Editorial Macgraw-Hill.
- John D. Krauss. *“Electromagnetismo”*. Editorial Macgraw-Hill. 2000
- Alejandro Ubeda *“Radares Marinos”*. Editorial Marcombo. 1978
- Merril I. Skolnik. *“Introduction To Radar Systems”*. Editorial Macgraw-Hill.
- José Miguel Miranda. *“Ingeniería de Microondas”*. Editorial Prentice Hall. 2002



**Escuela de Especialidades
"Antonio de Escaño"**

El filtro adaptado.

Ese gran desconocido

**AN. Antonio Valles Castro
Dpto. Operaciones. Electrónica**

avallesc@fn.mde.es

1.- INTRODUCCION

Cuando durante el estudio del radar se habla del receptor, se define como la parte del radar encargado de extraer la señal del eco en presencia del ruido.

El ruido es algo inherente a cualquier sistema receptor, ya sea en radar o en comunicaciones. Es algo que existe, que acompaña a la señal y que nunca se puede eliminar completamente.

Por lo tanto lo que se debe buscar es conseguir que la relación de la señal con respecto a ruido sea lo mayor posible. Todos sabemos también que en un receptor superheterodino, los más utilizados en radar, las características del receptor vienen dadas por el amplificador de frecuencia intermedia. El detector y el amplificador de video no tienen un efecto apreciable en la relación señal ruido a la salida del receptor siempre y cuando el ancho de banda del video sea más grande que la mitad del ancho de banda de la frecuencia intermedia.

Si nos centramos en el ancho de banda vemos que este tiene que ser lo suficientemente ancho para que deje pasar las componentes de la señal de manera que no pierda información. Podíamos pensar entonces que el ancho de banda cuanto más grande mejor, pero esto no es así debido al ruido que entra acompañando a la señal.

Si al ancho de banda lo hago muy grande la cantidad de ruido que entra aumenta de manera considerable y la relación señal ruido se hace menor. Si por otra parte hago más estrecho el ancho de banda, la cantidad de ruido que entra es menor pero también lo es la cantidad de componentes de la señal que entran con lo cual esta aparece distorsionada y no se puede reconstruir.

¿Cuál es entonces la solución óptima a este problema?

La solución pasa por conseguir un filtro que maximice la relación señal ruido a la salida y que deje pasar la cantidad necesaria de componentes de señal para que no se pierda la información.

Estamos hablando entonces de un filtro óptimo, el “**filtro adaptado**”¹

¹ El filtro adaptado aparece muy a menudo en la bibliografía especializada con su acepción en inglés “MATCHED FILTER”

En este artículo, dirigido a los especialistas en electrónica, armas o comunicaciones, pretendo hacer un estudio del filtro adaptado, de una manera un poco mas sencilla de la que puede aparecer en la literatura especializada. Hay que pensar que este filtro aparece en radar, por supuesto, pero también aparece en muchos otros tipos de receptores como por ejemplo de televisión digital o de comunicaciones (especialmente las digitales).

La lectura de este artículo exige ciertos conocimientos de matemáticas y de teoría de la modulación. Es imposible realizar un estudio que pretenda ser un poco serio del filtro adaptado sin echar mano de las matemáticas. De cualquier manera pienso que la lectura del artículo está al alcance de cualquier especialista.

2.- RUIDO

Antes de comenzar el estudio del filtro adaptado veremos unas pequeñas consideraciones sobre el ruido. Para este estudio utilizaremos el ruido AWGN (Ruido blanco, gaussiano y de media cero).

Una señal de ruido en el dominio del tiempo se representa $n(t)$ y su densidad espectral de potencia (espectro de potencia) será $S_N(f)$. La relación entre las dos expresiones como ya sabemos es la transformada de Fourier.

$$n(t) \longleftrightarrow S_N(f)$$

El ruido blanco (gausiano) tiene un espectro de potencia constante y un valor medio igual a cero.

$$S_N(f) = \frac{n_0}{2} = KT$$

El factor $\frac{1}{2}$ se debe a que la potencia de ruido se define solo para frecuencias positivas, pero en cambio la densidad espectral se define con integrales con intervalos de integración $-\infty < f < \infty$ o $-B < f < B$.

Si limitamos este ruido entre dos frecuencias f_1 y f_2 ($\Delta f = f_2 - f_1$) la integral de la densidad espectral de potencia sería

$$N_0 = \int_{f_1}^{f_2} \left(\frac{n_0}{2} \right) df = \frac{n_0 \Delta f}{2} = KT \Delta f$$

Si a Δf le llamamos B (ancho de banda) tendríamos entonces la conocida fórmula del ruido que todos hemos estudiado.

$$N_0 = KTB$$

Normalmente N_0 denota el ruido térmico pero en general para el ruido utilizaremos N.

Si el ruido no estuviera limitado por un ancho de banda nos daría la expresión

$$N_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{n_0}{2} \right) df = \infty$$

Siempre que tengamos que realizar algún tipo de estudio deberemos limitar el ancho de banda del ruido.

3.- ESTUDIO DEL FILTRO ADAPTADO

La respuesta de un filtro viene caracterizada en el dominio del tiempo por la respuesta al impulso

$$y(t) = s(t) * h(t) = \int_0^t s(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

En el dominio de la frecuencia la respuesta del filtro será²

$$Y(\omega) = H(\omega) \cdot S(\omega)$$

En la figura 1 podemos ver la relación entre la repuesta en frecuencia de un filtro en el dominio del tiempo y en el de la frecuencia.

² En vez de la frecuencia utilizaremos para este estudio $\omega = 2\pi f$

¿Cómo debe ser $H(\omega)$ para maximizar la relación señal ruido a la salida del filtro?

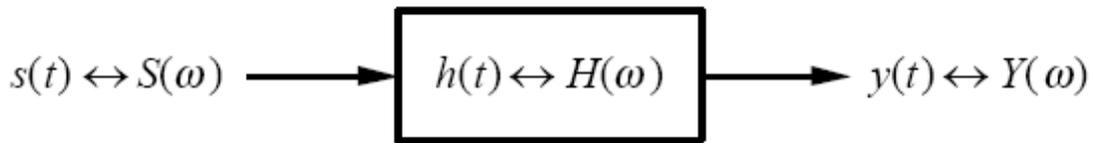


Figura 1

3.1.- SEÑAL

Para este cálculo asumimos que una señal limitada en el tiempo una salida máxima cuando $t = t_1$. Esta salida máxima es, en el dominio de la frecuencia

$$y(t_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)H(\omega)e^{j\omega t_1} d\omega$$

y en el del tiempo

$$y(t_1) = \int_0^{t_1} s(\tau)h(t_1 - \tau)d\tau = \int_0^{t_1} s(t_1 - \tau)h(\tau)d\tau$$

Para una carga de 1 ohmio la salida de potencia sería

$$s = y^2(t)$$

3.2.- RUIDO

Consideramos una banda de frecuencias diferencial entre f y $f + df$. El espectro del ruido será $S_N(f)$ a la entrada y $Y_N(f)$ a la salida. Por lo tanto al pasar por el filtro adaptado

$$Y_N = S_N(f)H(f)$$

El ruido lo tenemos que estudiar siempre bajo una óptica estadística debido a su carácter aleatorio. Por lo tanto vamos a hallar el valor cuadrático medio del ruido

$$N = \overline{\sigma_N^2} = \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} |Y_N(f)|^2 df \right\rangle = \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} |S_N(f)H(f)|^2 df \right\rangle$$

La densidad espectral del ruido blanco viene dada por la expresión

$$n_0(f) = 2 \langle |S_N(f)| \rangle = KT_0 \equiv n_0$$

Por lo tanto la potencia de ruido a la salida será

$$\overline{\sigma_N^2} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 n_0(f) df = \int_0^{\infty} |H(f)|^2 n_0 df$$

Aplicando el teorema de Parseval que dice que la energía de una señal es la misma en el dominio del tiempo que en el de la frecuencia tenemos la siguiente expresión

$$\overline{\sigma_N^2} = \frac{n_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) dt$$

El denominador 2 de la expresión se debe a que los márgenes de integración de la expresión superior son mas infinito y cero y los de la inferior son mas infinito y menos infinito.

3.3.- RELACION SEÑAL RUIDO

Una vez estudiada la señal y el ruido por separado vamos ahora a estudiar la relación señal ruido que, como ya hemos dicho anteriormente, se debe maximizar en el filtro adaptado.

En el dominio del tiempo la relación señal ruido³

³ A partir de ahora SNR (signal noise ratio)

$$SNR = \frac{y^2(t_1)}{\sigma_N^2} = \frac{\left| \int_0^{t_1} s(t_1 - \tau)h(\tau)d\tau \right|^2}{\frac{n_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t)dt}$$

En el dominio de la frecuencia

$$SNR = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)e^{j\omega t_1} H(\omega)d\omega \right|^2}{\pi n_0 \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega}$$

A continuación aplicamos la desigualdad de Schwartz. Esta desigualdad nos dice que, siendo reales $s(t)$ y $h(t)$, se cumple:

$$\left| \int s(x)h(x)dx \right|^2 \leq \left| \int s(x)dx \right|^2 \left| \int h(x)dx \right|^2$$

Pues bien aplicando esta desigualdad a las expresiones anteriores nos quedaría en el dominio del tiempo:

$$SNR \leq \frac{\int_0^{t_1} s^2(t_1 - t)dt \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t)dt}{\frac{n_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t)dt}$$

E igualmente, en el dominio de la frecuencia

$$SNR \leq \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)e^{j\omega t_1}|^2 d\omega \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega}{\pi n_0 \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega}$$

Una vez establecidas las expresiones que nos dan la SNR ahora se trata de buscar el máximo. Como se vio en la introducción, el filtro adaptado maximiza la SNR.

El máximo de la función ocurrirá cuando se cumpla la siguiente igualdad en el dominio del tiempo⁴

$$h(t) = \begin{cases} G_a(t_1 - t), & \dots\dots\dots t < t_1 \\ 0, & \dots\dots\dots t > t_1 \end{cases}$$

En el dominio de la frecuencia

$$H(\omega) = G_a [S(\omega)e^{j\omega t_1}]^* = G_a S^*(\omega)e^{-j\omega t_1}$$

Esta expresión es la respuesta en frecuencia del filtro adaptado.

Por lo tanto la SNR máxima será:

$$SNR \leq \frac{\int_0^{t_1} s^2(t) dt}{\frac{n_0}{2}} = \frac{2E}{n_0}$$

teniendo en cuenta que la energía de la señal es $E \equiv \int_0^{t_1} s^2(t) dt$

⁴ G_a en algunas publicaciones aparece como α aunque he preferido esta notación ya que así aparece en el Skolnik. Indica la ganancia del filtro.

De acuerdo con lo que hemos visto hasta ahora es conveniente tener en cuenta algunos puntos importantes sobre el filtro adaptado:

- 1.- Las características del filtro adaptado dependen de la forma de onda
- 2.- Independientemente de la forma de onda si utilizamos un filtro adaptado en el receptor la SNR debe ser $SNR = \frac{2E}{n_0}$
- 3.- La salida del filtro adaptado es matemáticamente igual a la función de autocorrelación de la señal de entrada.

En la figura 2 podemos ver la respuesta al impulso con una onda cuadrada a la entrada

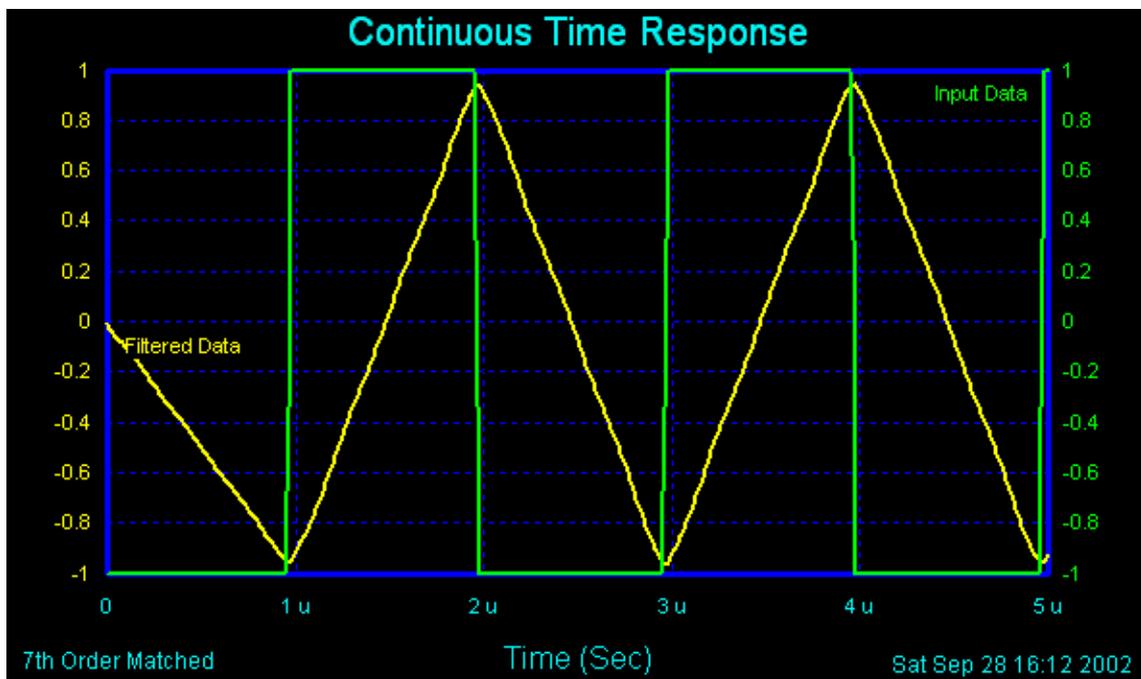


Figura 2

3.4.- FUNCION DE RESPUESTA AL IMPULSO DE UN FILTRO ADAPTADO

Quisiera aquí hacer un inciso y hablar un momento sobre la función de respuesta al impulso de un filtro adaptado, que podríamos decir que es lo mismo que la función de respuesta en frecuencia que vimos en la expresión anterior pero en el dominio del tiempo.

Como ya sabemos la relación entre el dominio del tiempo y la frecuencia es la transformada de Fourier. Pues bien vamos

entonces a hallar la transformada de Fourier de la función de respuesta en frecuencia del filtro adaptado

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega)e^{j\omega t} d\omega = G_a \int_{-\infty}^{\infty} S^*(\omega)e^{-j\omega(t_1-t)} d\omega$$

Considerando que $S^*(\omega) = S(-\omega)$ entonces la expresión anterior queda

$$h(t) = G_a \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)e^{j\omega(t_1-t)} d\omega = G_a s(t_1 - t)$$

Por convención la respuesta al impulso se escribe a menudo como $S(-t)$.

En conclusión la respuesta al impulso de un filtro adaptado es la inversa de la señal recibida. En la figura 3 se puede ver un ejemplo, en (a) podemos ver la entrada y en (b) la salida.

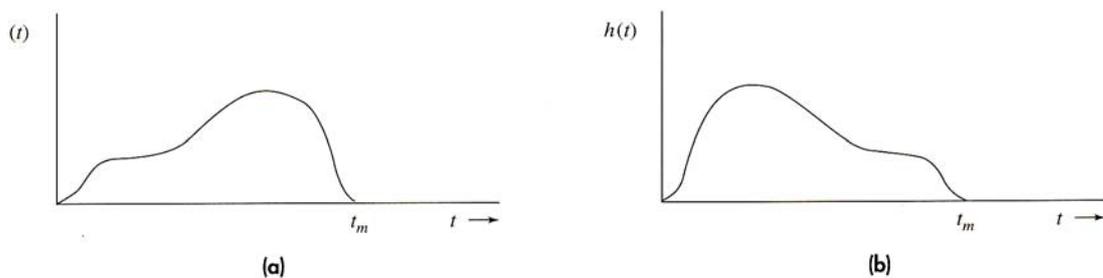


Figura 3

3.5.- SEÑAL DE SALIDA DE UN FILTRO ADAPTADO

La Salida teórica de un filtro lineal es la convolución entre la señal de entrada acompañada de ruido

$$Y_{in} = s(t) + n(t)$$

y la función de respuesta al impulso.

$$y_o(t) = y_{in}(t) * h(t)$$

la señal de salida será entonces

$$y_o(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y_{in}(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

que como podemos ver es la integral de convolución entre la señal y la función de respuesta al impulso.

Asumimos ahora para facilitar el cálculo que $G_a=1$ y que la respuesta al impulso de un filtro adaptado es, como hemos visto anteriormente $h(t) = s(-t)$.

Por lo tanto quedará

$$y_o(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y_{in}(\tau)s(\tau-t)d\tau$$

Como se puede ver la salida de un filtro adaptado es la correlación cruzada⁵ entre la señal recibida $y_{in}(t)$ y la señal transmitida $s(t)$ (la diferencia entre ellas es la componente de ruido que aparece en el canal).

Si la SNR es grande $y_{in}(t) \approx s(t)$ por lo que la señal de salida del filtro adaptado es la función de autocorrelación de la señal transmitida. En la figura 4 se puede ver las formas de onda de la señal a través del filtro adaptado.

⁵ La correlación cruzada entre dos señales es $\Phi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y_1(\tau)y_2(\tau-t)d\tau$. Cuando las señales son iguales entonces se produce la autocorrelación.

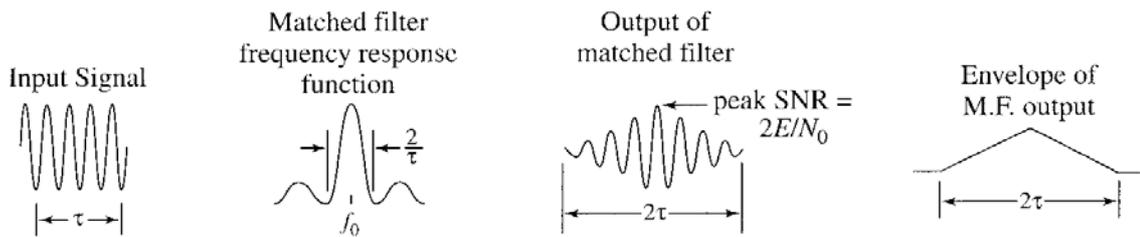


Figura 4

3.6.- EJEMPLO

Para ilustrar toda esta teoría vamos a ver un ejemplo que nos demostrará las características del filtro adaptado.

Vamos a hallar las características de un filtro adaptado que tiene de entrada un pulso de ancho τ y amplitud 1.

$$p_{\tau}(t) \leftrightarrow S(\omega) = \tau \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$$

Como ya sabemos, al aplicar la transformada de Fourier a un pulso cuadrado aparece una función sinc⁶.

La respuesta en frecuencia del filtro adaptado para esta señal de entrada será

$$H(\omega) = G_a S^*(\omega) e^{-j\omega t_1} = G_a \tau \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) e^{-j\omega\tau}$$

donde se toma $t_1 = \tau$

El espectro de salida de la señal es

$$Y(\omega) = S(\omega)H(\omega) = G_a \tau^2 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) e^{-j\omega\tau}$$

⁶ Una función sinc es de la forma $\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$

Este por lo tanto es el espectro en frecuencia de la señal a la salida del filtro adaptado. Si queremos ver esa señal en el dominio del tiempo se halla la transformada inversa de Fourier de la expresión anterior.

La salida en el dominio del tiempo es una forma de onda triangular con un retardo en el tiempo igual a τ como se puede ver en la figura 5.

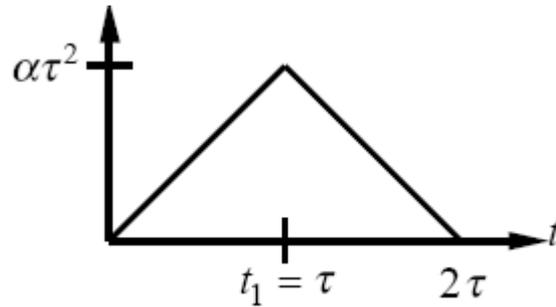


Figura 5

Por otro lado la energía de la señal es

$$E = \int_0^{\tau} p_{\tau}^2(t) dt = \tau$$

Y la respuesta al impulso del filtro es

$$h(t) = G_a p_{\tau}(t)$$

Ahora hallamos la SNR

$$SNR = \frac{\left| \int_0^{\tau} p_{\tau}(t_1 - \tau) h(\tau) d\tau \right|^2}{\frac{n_0}{2} \int_0^{\tau} h^2(\tau) d\tau} = \frac{G_a \tau^2}{\frac{n_0}{2} G_a^2 \tau} = \frac{2E}{n_0}$$

Queda demostrado entonces que cumple con las características del filtro adaptado.

4.- FILTRO NO ADAPTADO. FILTRO RECTANGULAR

En los primeros tiempos del radar no se conocía el concepto de filtro adaptado y se tuvo que aprender a base de experiencia como maximizar la SNR en sistemas que trabajaban con formas de onda muy sencillas (pulsos sin modulación intrapulso).

Se observó que un filtro de paso de banda muy ancho o muy estrecho reducía la SNR. Había que buscar un ancho de banda que maximizara la SNR.

La experiencia demostró que con un pulso cuadrado de ancho τ sin modulación intrapulso la máxima SNR se producía cuando el ancho de banda era aproximadamente la inversa del ancho de pulso $B\tau \approx 1$.

Como anécdota diré que desde que empecé a estudiar radar allá por los años ochenta en nuestra añorada ETEA, siempre se decía que en el espectro de la señal de radar el ancho del lóbulo principal era aproximadamente $1.2/\tau$. Lo cierto es que era el típico dato que te lo creías y ya está, pero con el estudio mas profundo de la teoría del radar he aprendido la demostración matemática de esta afirmación, demostración que veremos un poco mas adelante en este artículo.

Por otro lado en la práctica el filtro adaptado no puede implementarse perfectamente. Siempre habrá alguna pérdida en la SNR con respecto a la teórica.

Input signal	Filter	Optimum $B\tau$	Loss in SNR, dB
Rectangular pulse	Third-order Bessel filter	0.78	0.47
Rectangular pulse	Quadruply tuned (Butterworth)	1.06	0.48
Rectangular pulse	Double tuned (Butterworth)	0.81	0.46
Rectangular pulse	5 cascaded single-tuned stages	0.67	0.51
Rectangular pulse	2 cascaded single-tuned stages	0.61	0.56
Rectangular pulse	Single tuned	0.40	0.88
Rectangular pulse	Rectangular	1.37	0.85
Rectangular pulse	Gaussian	0.74	0.51
Gaussian pulse	Rectangular	0.74	0.51
Gaussian pulse	Gaussian	0.44	0 (matched)

Tabla 1

En la tabla 1 se pueden ver los valores de $B\tau$ que maximizan la SNR para varias combinaciones de filtros no adaptados y señales de entrada. La pérdida de SNR es con respecto a la del filtro adaptado ($2E/N_0$). Algunas de estas combinaciones no es posible implementarlas en la práctica pero sirven como aproximación al estudio de los filtros no adaptados.

En particular vamos a fijarnos en la combinación que tiene de entrada un pulso rectangular y un filtro rectangular que es a la que hacíamos mención anteriormente. Haremos la demostración matemática y llegaremos a que el ancho del lóbulo principal era aproximadamente $1.2/\tau$ con una pérdida de SNR pequeña y con una forma de salida en el dominio del tiempo muy parecida a la del filtro adaptado.

Vamos entonces a estudiar el filtro rectangular. La señal de entrada al filtro será un pulso cuadrado de ancho T_p y amplitud unidad acompañado por ruido blanco. El filtro será rectangular con un ancho de banda $2B$.

La transformada de Fourier de un pulso cuadrado $s(t)$ de ancho T_p será

$$\Phi(f) = \frac{\sin(\pi f T_p)}{\pi f T_p}$$

Cuando este pulso pasa por un filtro rectangular de ancho de banda $2B$, la señal resultante es

$$\sigma(t) = \int_{-B}^B \frac{\sin(\pi f T_p)}{\pi f T_p} e^{2\pi f t} df$$

cuyo valor central (para $t=0$) viene dado por la expresión

$$\sigma(0) = \int_{-B}^B \frac{\sin(\pi f T_p)}{\pi f T_p} df = 2 \int_0^B \frac{\sin(\pi f T_p)}{\pi f T_p} df$$

Si hacemos entonces $\pi f T_p = u$, la expresión quedaría

$$\sigma(0) = \frac{2}{\pi T_p} \int_0^{\pi B T_p} \frac{\sin u}{u} du$$

siendo $df = \frac{du}{\pi T_p}$

Por lo tanto

$$\sigma(0) = \frac{2}{\pi T_p} Si(\pi B T_p)$$

La función Seno integral (Si) es de la forma $Si(u) = \int_0^u \frac{\sin x}{x} dx$

Su curva la podemos ver en la figura 6

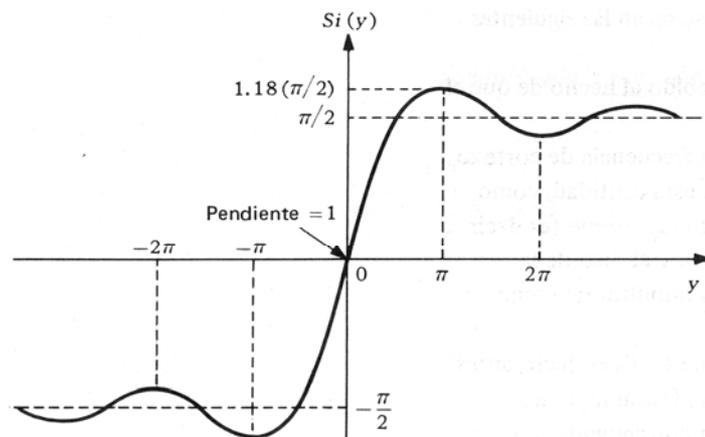


Figura 6.18 La función seno-integral.

Figura 6

Puesto que la potencia de ruido a la salida es proporcional a B y su desviación típica lo es a $B^{1/2}$ debemos buscar el valor de B que haga máxima la expresión

$$\frac{2}{\pi T_p B^{\frac{1}{2}}} Si(\pi B T_p) = \frac{2}{(\pi T_p)^{\frac{1}{2}}} \frac{Si(\pi B T_p)}{(\pi B T_p)^{\frac{1}{2}}}$$

Para

$$\pi BT_p \rightarrow 0$$

$$Si(\pi BT_p) \sim \pi BT_p$$

sustituyendo en la parte derecha de la expresión anterior tenemos que

$$\frac{Si(\pi BT_p)}{(\pi BT_p)^{\frac{1}{2}}} \sim \frac{\pi BT_p}{(\pi BT_p)^{\frac{1}{2}}} \sim (\pi BT_p)^{\frac{1}{2}} \rightarrow 0$$

Ya hemos hallado un extremo, ahora vamos a hallar el otro

Para $\pi BT_p \rightarrow \infty$

Como se puede ver en la curva de la figura 6 la función Si tiende a $\pi/2$

$$Si(\pi BT_p) \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

Por lo tanto el valor al que tiende es

$$\frac{Si(\pi BT_p)}{(\pi BT_p)^{\frac{1}{2}}} \rightarrow 0$$

tendremos entonces que buscar el valor máximo en un punto intermedio de los valores de la función. En la tabla 2 se pueden ver los valores de la expresión en función de πBT_p .

πBT_p	0.5	1	1.5	1.7	1.9	2.1	2.3	2.5	3
$Si(\pi BT_p)$	0.49	0.95	1.32	1.45	1.56	1.65	1.72	1.79	1.85
$(\pi BT_p)^{1/2}$	0.71	1	1.22	1.30	1.38	1.45	1.52	1.58	1.73
$\frac{Si(\pi BT_p)}{(\pi BT_p)^{1/2}}$	0.70	0.95	1.08	1.11	1.13	1.14	1.13	1.12	1.07

Tabla 2

En la tabla se puede ver que el valor máximo de la expresión corresponde a un πBT_p de aproximadamente 2,15

$$\pi BT_p \approx 2.15$$

$$BT_p = 0.68$$

$$2B = \frac{1.37}{T_p}$$

En la práctica, al no ser verticales los bordes de subida y de bajada del pulso, tomamos un $2B$ mas pequeño, del orden de $1.2/T_p$.

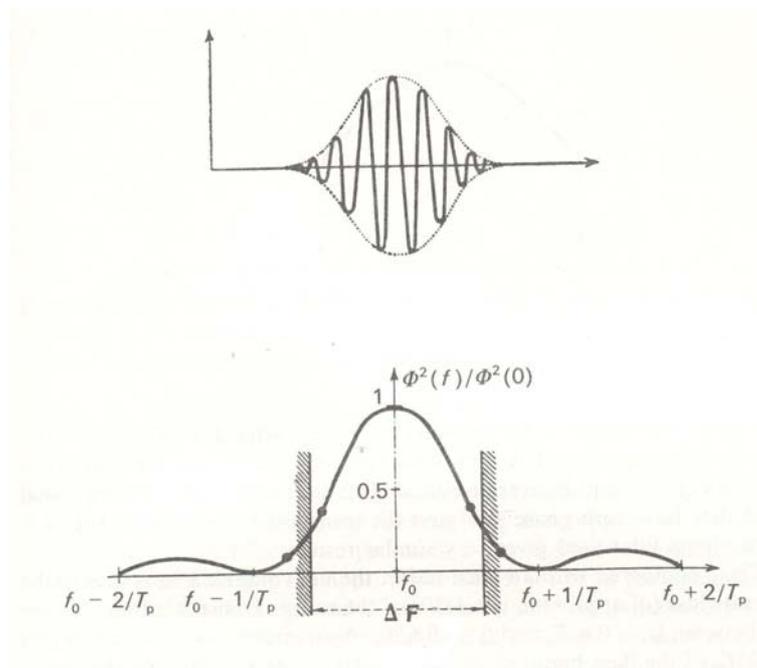


Figura 7

En la en la parte superior figura 7 podemos ver representado en el dominio del tiempo un pulso cuadrado a la salida del filtro rectangular. Como podemos ver esta señal es parecida a la salida del filtro adaptado que habíamos visto en la figura 4. En la parte inferior se puede ver las variaciones de $\Phi^2(f)$ (el cuadrado de la transformada de Fourier de la señal) en función de la frecuencia. Se puede ver como la energía que se pierde fuera del intervalo $f_0 - 0.6/T_p$ y $f_0 + 0.6/T_p$ es muy pequeña (sobre 0.85 db).

5.- EPILOGO

El filtro adaptado es un elemento fundamental en muchos de los sistemas modernos de radar y comunicaciones. Podríamos poner como ejemplo el radar de compresión de pulsos, con modulación chirp, que lleva un filtro adaptado. Otro ejemplo típico es el que se utiliza en televisión digital terrestre para señales con modulación COFDM. Es muy utilizado también en comunicaciones digitales.

A lo largo del artículo se ha estudiado el filtro adaptado, empezando con la definición del ruido, algo inherente a cualquier sistema de radar o comunicaciones, y que no puede ser eliminado completamente.

Se ha entrado después en el estudio del filtro adaptado demostrando como maximiza la SNR. Se ha visto su función de respuesta y como es la señal a la salida y por fin se ha visto un ejemplo para ilustrar la teoría anteriormente vista. Con el ejemplo se demuestra como introduciendo una señal en un filtro adaptado la forma de onda a la salida cumple la característica del filtro.

Por último se ha estudiado el filtro no adaptado, centrando el estudio en el filtro rectangular, utilizado ampliamente en radar y se ha visto como su característica se acerca a la del filtro adaptado, con una forma de onda de salida muy similar y con una pérdida de SNR bastante pequeña.

Espero que la lectura del artículo haya servido para entender algo mejor este elemento tan fundamental en los modernos sistemas de radar y comunicaciones.

BIBLIOGRAFÍA

- Merril. I. Skolnik. "*Introduction to Radar Systems*". MacGraw-Hill International Editions. 3ª Ed. 2001
- Simon Haykin. "*Comunication Systems*". John Wiley & Sons,Inc. 3ª Ed. 1994
- Michel H. Carpentier. "*Principles of modern Radar Systems*". Artech House. 1988
- Hwei. P. Hsu. "*Análisis de Fourier*". Ed. Fondo Educativo Interamericano. 1973
- Athanasios Papoulis. "*Sistemas digitales y analógicas, transformadas de Fourier, estimación espectral*". Marcombo Boixareu Editores. 1985



**Escuela de Especialidades
"Antonio de Escaño"**

Teoría de la transformada de Fourier aplicada al radar

**AN. Antonio Valles Castro
Dpto. Operaciones. Electrónica**

avallesc@fn.mde.es

INTRODUCCION

En el numero anterior de la revista de la escuela escribí un artículo sobre el análisis del espectro de la señal de radar. En el pretendía de una manera práctica ver como analizando el espectro de la señal de un radar de pulsos se podía caracterizar la emisión del radar. Este aspecto es importante, no sólo para mantenimiento, sino también para análisis de señales en Guerra Electrónica y ELINT.

Tradicionalmente las señales de radar se han caracterizado en el dominio del tiempo, con el osciloscopio. Con el advenimiento de las nuevas tecnologías y la posibilidad de analizar los espectros, en el dominio de la frecuencia, en márgenes mas altos de frecuencia se hace cada vez mas importante la caracterización de estas señales analizando su espectro.

La herramienta matemática que nos permite pasar una señal del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia es la transformada de Fourier. Esta herramienta es fundamental, no solo en el área del radar sino de la ingeniería en general. No sólo nos permite realizar esta conversión de una manera teórica sino que implementada en cualquiera de sus algoritmos (DFT, FFT) nos permite realizar esta operación en procesadores de señal de radar.

En este artículo se verán los aspectos teóricos de la transformada de Fourier y su aplicación al radar. En primer lugar, se verán conceptos básicos sobre la teoría de Fourier. A continuación se verá su aplicación a la señal del radar de pulsos, estudiando el espectro de la señal del radar de pulsos y por último veremos unas ideas sobre la aplicación de la transformada en antenas.

LA TRANSFORMADA DE FOURIER

Una expresión o gráfica que relaciona la amplitud de una señal con el tiempo se dice que está en el dominio del tiempo. Si esa gráfica relaciona la amplitud y fase de la señal con la frecuencia se dice entonces que está en el dominio de la frecuencia. En la figura 1 podemos ver un ejemplo.

Una señal puede ser representada completamente en cada dominio aunque la caracterización completa se consigue representado la señal en los dos dominios.



Figura 1

Una señal representada en el dominio del tiempo se puede transformar en el dominio de la frecuencia y viceversa. La expresión matemática que realiza esta transformación es la “*Transformada de Fourier*”

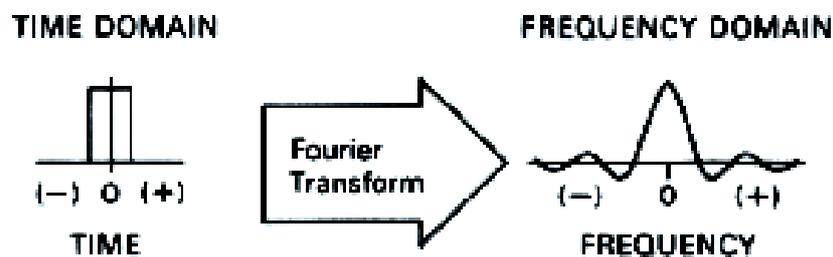


Figura 2

Como se puede ver en la figura 3 esta transformación también se puede hacer a la inversa con la “*Transformada inversa de Fourier*”. Las dos transformaciones juntas se llaman “*Par de transformadas*”.

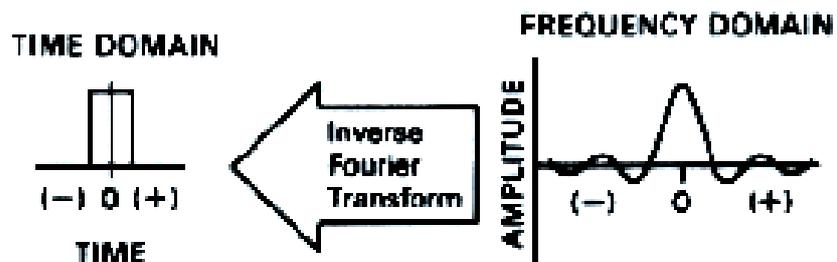


Figura 3

La expresión matemática de la transformada de Fourier es

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$$

Por otra parte, la expresión de la transformada inversa de Fourier es

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} F(\omega) e^{+j\omega t} d\omega$$

Este concepto de los dos dominios y la transformación entre ellos es tremendamente útil. Por supuesto, para el estudio del radar es imprescindible. El secreto del diseño en el proceso de señal en los radares modernos está en la posibilidad de implementar la transformación de un dominio en otro. Características como la resolución en distancia y la exactitud en la medida se pueden ver en el dominio del tiempo. La resolución doppler y ciertos aspectos de la alta resolución solo se pueden ver en el dominio de la frecuencia.

CONCEPTOS PREVIOS

A continuación vamos a repasar algunos conceptos previos que serán necesarios a la hora de efectuar este estudio teórico.

Modulación

No es el objeto de este artículo demostrar todas las propiedades de la transformada de Fourier. Vamos a ver a la propiedad de la modulación ya que su conocimiento es importante a la hora de estudiar el espectro de una portadora modulada por un tren de pulsos.

Desplazamiento en frecuencia

$$e^{j\omega_0 t} f(t) \leftrightarrow F(\omega - \omega_0)$$

Para demostrar esta propiedad se halla la transformada del primer miembro

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{j\omega_0 t} e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j(\omega - \omega_0)t} dt = F(\omega - \omega_0)$$

como se puede ver la transformada del primer miembro de la expresión nos da el segundo miembro por lo que queda demostrada la propiedad.

Modulación

$$f(t) \cos \omega_0 t \leftrightarrow \frac{1}{2} [F(\omega + \omega_0) + F(\omega - \omega_0)]$$

Para demostrar esta propiedad tenemos que tener en cuenta la forma exponencial del coseno.

$$\cos \omega_0 t = \frac{1}{2} [e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}]$$

Como en la anterior se halla la transformada del primer miembro, sustituyendo la expresión del coseno por su forma exponencial

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{1}{2} (e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}) e^{-j\omega t} dt$$

Basándonos en la propiedad del desplazamiento en frecuencia que acabamos de demostrar, el resultado de la expresión anterior será

$$\frac{1}{2} [F(\omega + \omega_0) + F(\omega - \omega_0)]$$

Quedando entonces demostrada esta propiedad.

Un ejemplo del resultado de la modulación lo podemos ver en la figura 4

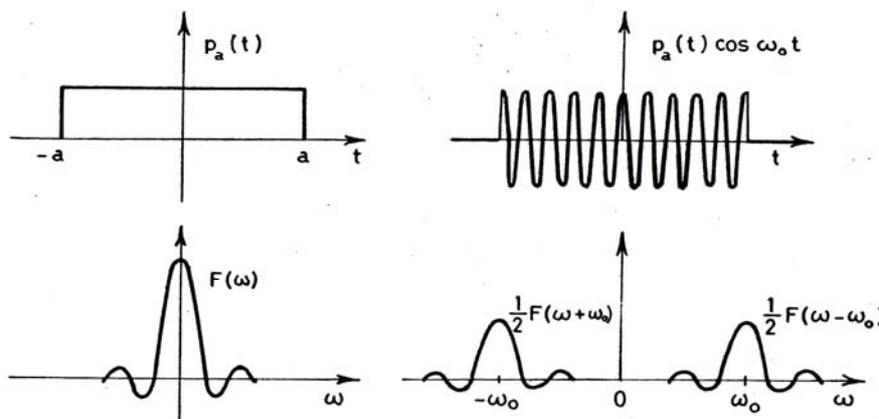


Figura 4

En la figura podemos ver un pulso cuadrado $P_a(t)$ modulando una portadora $\cos \omega_0 t$. A la derecha vemos el pulso sin modular en el dominio del tiempo y de la frecuencia. A la izquierda vemos la portadora modulada. En el dominio de la frecuencia esta portadora modulada por el pulso son dos funciones sinc centradas en ω_0 y $-\omega_0$.

Convolución

Sean $f_1(t)$ y $f_2(t)$ dos funciones dadas. La convolución de $f_1(t)$ y $f_2(t)$ está definida por la función

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) f_2(t-x) dx$$

La convolución se expresa simbólicamente como

$$f(t) = f_1(t) \otimes f_2(t)$$

La convolución en el dominio del tiempo equivale a la multiplicación en el dominio de la frecuencia y viceversa.

Funciones REC¹ y SINC

La función rec se define por la expresión

$$\text{rect } x = \begin{cases} 1 & \text{for } -\frac{1}{2} < x < +\frac{1}{2} \\ 0 & x < -\frac{1}{2} \text{ and } x > +\frac{1}{2} \end{cases} \quad (x \in \mathbb{R})$$

Como se puede ver la función rec es un pulso rectangular. Lo podemos ver en la figura 5

¹ Función rectangular

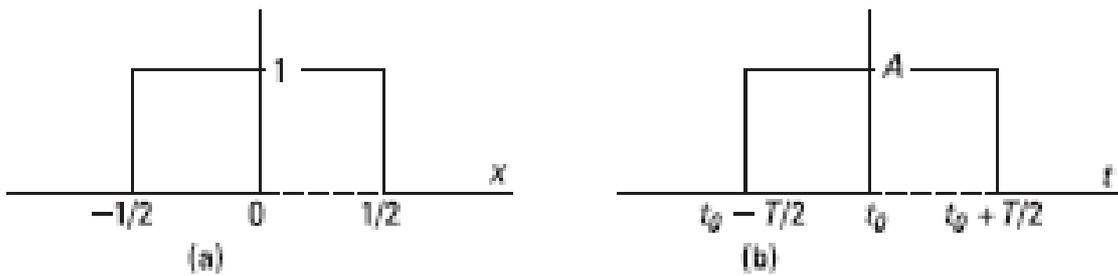


Figura 5

En (a) vemos la función $rec(x)$ que tiene la unidad de ancho y de alto y esta centrada en cero. En (b) podemos ver la función $Arec[(t-t_0)/T]$ que tiene un ancho T , una amplitud A y centrada en t_0 .

La transformada de una función rec es la función $sinc$. La función $sinc$ se define con la siguiente expresión

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x} \text{ cuando } x \neq 0 \text{ y } 1 \text{ para } x = 0$$

En la figura 6 podemos ver la función $sinc$

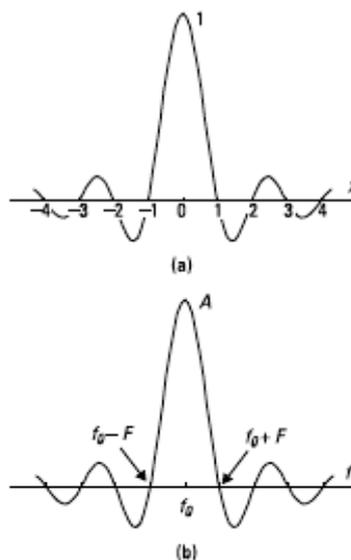


Figura 6

En (a) vemos la función $\text{sinc}(x)$ y en (b) podemos ver la función $A\text{sinc}[(f-f_0)/F]$. Como podemos ver estas funciones son las transformadas de las funciones rec de la figura anterior.

Operador REP

El operador REP representa una función que es la repetición de otra a intervalos regulares especificados por el sufijo. Por ejemplo, si $p(t)$ es una función que describe un pulso, la función $u(t)$ representa una infinita secuencia de pulsos con un intervalo de repetición T .

$$u(t) = \text{rep}_T p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p(t - nT)$$

Esta función se puede ver en la figura 7

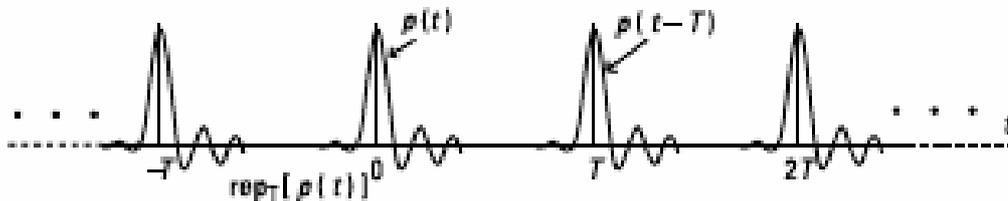


Figura 7

Este operador sirve para representar cualquier función continua que se repita periódicamente, e incluso una sección de dicha función.

Debe notarse que si el periodo de repetición es menor que el ancho de la señal desplazada $p(t - nT)$ estas pueden solaparse. En el caso de la función de la figura, si la duración de p es mayor que el período de repetición se producirá el solape.

Operador COMB

El operador COMB aplicado a una función continua reemplaza la función por funciones δ (delta de Dirac) a intervalos regulares, especificados por el sufijo, con amplitudes dadas por el valor de la función en esos puntos,

$$\text{comb}_T u(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(nT) \delta(t - nT)$$

En el dominio del tiempo representa una operación ideal de muestreo. En el dominio de la frecuencia la versión COMB de un

espectro continuo son las líneas espectrales correspondientes a la función.

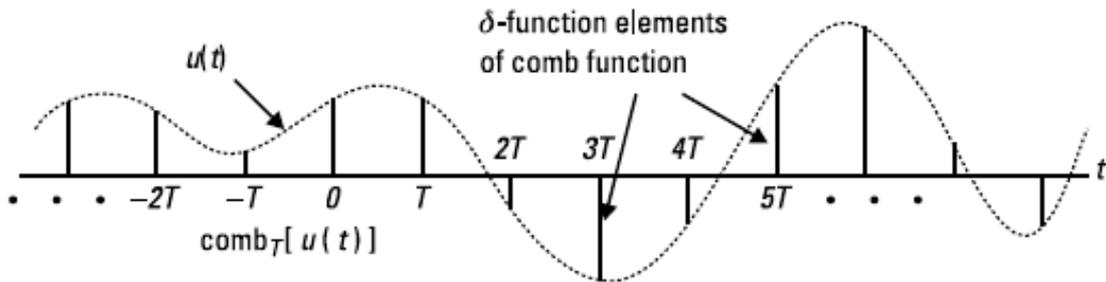


Figura 8

En la figura 8 podemos ver la función $comb_T u(t)$, donde $u(t)$ es la función continua (línea punteada) y la función “comb” es el conjunto de las funciones δ .

Teorema de Parseval

El contenido de potencia de una función periódica $x(t)$ en el periodo T está definido como el valor cuadrático medio

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [x(t)]^2 dt$$

Si se supone que la función $x(t)$ es una onda de tensión o corriente, entonces la expresión anterior representa la potencia media entregada por $x(t)$ a una resistencia de 1Ω .

El contenido de energía de una función $x(t)$ viene dado por la expresión

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$$

Una vez vistos estos conceptos previos, enunciamos y demostramos el teorema de Parseval.

Sea $X(f)$ la transformada de Fourier de $x(t)$. El teorema de Parseval dice que la energía total de una señal es la misma en el dominio del tiempo que en el dominio de la frecuencia.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df$$

Este teorema se demuestra de una manera muy fácil

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)x^*(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} X^*(f)e^{-j2\pi ft} df \right] dt = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} X^*(f) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt \right] df = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df \end{aligned}$$

esta ecuación nos dice que la energía total de $x(t)$ esta dada por el área bajo la curva $|X(f)|^2$. Por esta razón, la cantidad $|X(f)|^2$ se denomina “espectro de energía” o “función de energía espectral” de $x(t)$.

CALCULO DE ESPECTROS

A continuación vamos a calcular algunos de los espectros mas importantes a la hora de estudiar la señal radar. En primer lugar vamos a calcular el espectro de un solo pulso rectangular, seguiremos con un tren de pulsos rectangulares, tren de pulsos de RF y por último veremos el espectro de una portadora modulada por un tren de pulsos regulares.

Los dos primeros casos lo haremos utilizando las series de Fourier en su forma exponencial compleja. En los dos últimos utilizaremos los pares de transformadas que se pueden ver al final del artículo. Por comodidad utilizaremos para el cálculo los operadores REP y COMB que, aunque su uso no está muy extendido, creo que es interesante su conocimiento.

ESPECTRO DE UN PULSO RECTANGULAR

Sea un pulso rectangular de amplitud 1 y ancho d , caracterizado por la expresión

$$P_d(t) = \begin{cases} 1, & |t| < \frac{1}{2}d \\ 0, & |t| > \frac{1}{2}d. \end{cases}$$

En la figura 9 podemos ver el pulso en el dominio del tiempo

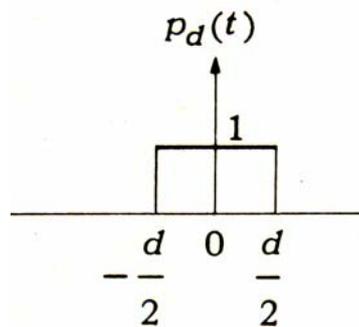


Figura 9

Le aplicamos entonces la transformada de Fourier²

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \mathfrak{T}[P_d(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} P_d(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{-j\omega} e^{-j\omega t} \Bigg|_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} \\ &= \frac{1}{j\omega} \left[e^{j\omega \frac{d}{2}} - e^{-j\omega \frac{d}{2}} \right] = \frac{2}{\omega} \operatorname{sen} \frac{\omega d}{2} = d \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{\omega d}{2}\right)}{\left(\frac{\omega d}{2}\right)} = d \operatorname{sen} c \frac{\omega d}{2} \end{aligned}$$

² \mathfrak{T} indica la Transformada de Fourier

$$F(\omega) = d \operatorname{sinc} c \frac{\omega d}{2}$$

El espectro del pulso se puede ver en la figura 10. La línea continua es el espectro de magnitud $|F(\omega)|$ y la punteada es $F(\omega)$, en el que se tiene en cuenta la fase.

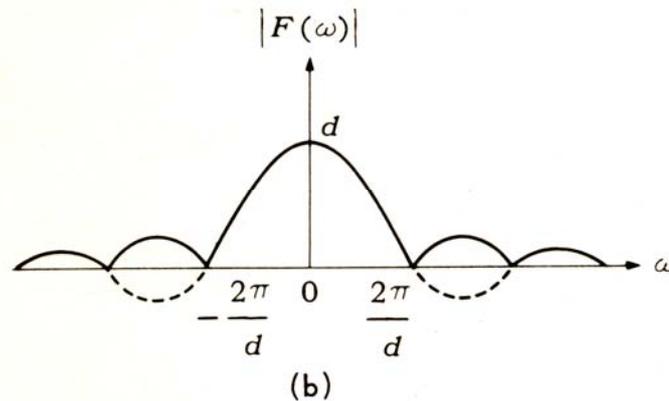


Figura 10

ESPECTRO DE UN TREN DE PULSOS RECTANGULARES

En primer lugar recordaremos que el seno y el coseno se pueden expresar en forma exponencial

$$\cos \omega t = \frac{1}{2} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t})$$

$$\operatorname{sen} \omega t = \frac{1}{2j} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t})$$

Transformada de una función periódica

Vamos primero a calcular la transformada de una función periódica cualquiera como paso previo para calcular el espectro del tren de pulsos rectangulares.

Una función periódica con periodo T se puede expresar como

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}$$

Hallando la transformada de Fourier en ambos miembros de la expresión queda

$$F(\omega) = \mathfrak{F} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} \right] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \mathfrak{F} \left[e^{jn\omega_0 t} \right]$$

Dado que la transformada de la exponencial es³

$$\mathfrak{F} \left[e^{jn\omega_0 t} \right] = 2\pi \delta(\omega - n\omega_0)$$

La transformada de Fourier de una función periódica será

$$F(\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \delta(\omega - n\omega_0)$$

Espectro de un tren de pulsos rectangulares

Sea,

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} \quad \text{una función periódica, y}$$

$$f(t) = P_d(t) \quad \text{por lo tanto}$$

³ Utilizando el par P6b

$$P_d(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}$$

esta expresión define un tren de pulsos rectangulares de ancho d y de amplitud 1 y de período T . En la figura 11 aparece este tren de pulsos.

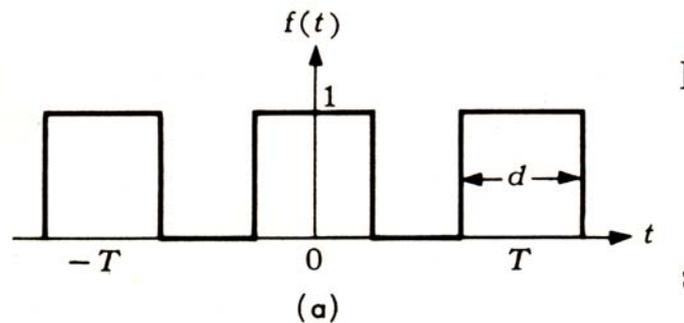


Figura 11

Como hemos visto antes la transformada de un pulso cuadrado es

$$F(\omega) = \mathfrak{F}[P_d(t)] = d \frac{\text{sen} \frac{\omega d}{2}}{\frac{\omega d}{2}}$$

Los coeficientes de Fourier de una función se calculan con la expresión⁴

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt = \frac{1}{T} F_0(n\omega_0)$$

Por lo tanto para hallar los coeficientes en el caso de P_d

⁴ La demostración se puede ver en cualquier libro sobre este tema

$$C_n = \frac{1}{T} F_0(n\omega_0) = \frac{d}{T} \frac{\frac{\text{sen} \frac{n\omega_0 d}{2}}{n\omega_0 d}}{2}$$

Una vez calculados los coeficientes, calculamos el espectro. Volvemos a la función en el dominio del tiempo

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega t}$$

Modificamos los coeficientes que hemos hallado anteriormente

$$C_n = \frac{d}{T} \frac{\frac{\text{sen} \frac{n\omega_0 d}{2}}{n\omega_0 d}}{2} = \frac{d}{T} \frac{\frac{\text{sen} \frac{n\pi d}{T}}{T}}{n\pi d}$$

$$C_n = \frac{d}{T} \text{sin c} \left(\frac{n\pi d}{T} \right)$$

Una vez hallados los coeficientes y para calcular el espectro, hallamos la transformada de Fourier de la función

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{d}{T} \text{sin c} \frac{n\pi d}{T} e^{jn\omega_0 t}$$

Por lo tanto,

$$F(\omega) = \mathfrak{F} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{d}{T} \text{sin c} \frac{n\pi d}{T} e^{jn\omega_0 t} \right] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{d}{T} \text{sin c} \frac{n\pi d}{T} \mathfrak{F} (e^{jn\omega_0 t})$$

$$= 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{d}{T} \operatorname{sinc} \frac{n\pi d}{T} \delta(\omega - n\omega_0) = \frac{2\pi d}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \operatorname{sinc} \left(\frac{n\pi d}{T} \right) \delta(\omega - n\omega_0)$$

Por lo tanto

$$\mathfrak{F}[f(t)] = F(\omega) = \frac{2\pi d}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \operatorname{sinc} \left(\frac{n\pi d}{T} \right) \delta(\omega - n\omega_0)$$

Esta ecuación indica que la transformada de Fourier (espectro de frecuencias) de un tren de pulsos rectangulares consta de impulsos⁵ localizados en $\omega = 0, \pm\omega_0, \pm 2\omega_0, \dots, etc$.

La amplitud de cada impulso viene dada por $\frac{2\pi d}{T} \operatorname{sinc} \left(\frac{n\pi d}{T} \right)$. En la figura 12 podemos ver el espectro de magnitudes.

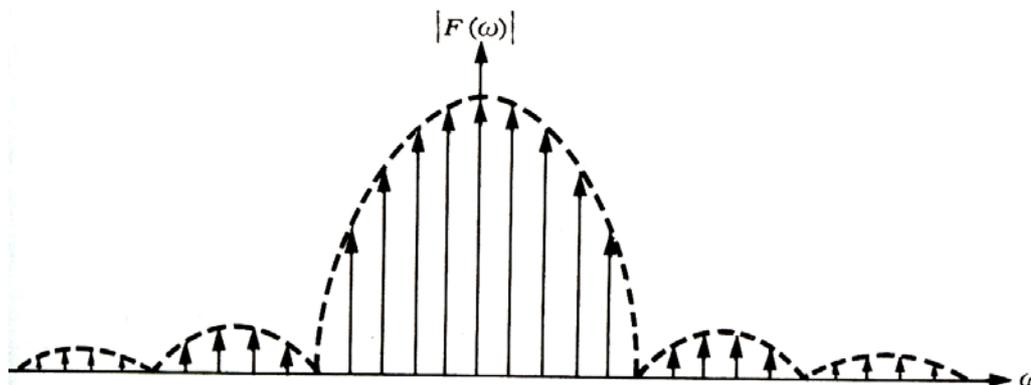


Figura 5.10 El espectro de un tren de pulsos rectangulares.

Figura 12

Amplitud, potencia y energía

Como se puede ver en la figura 11 la amplitud del pulso es la unidad. Se debe tener en cuenta que normalmente hay un valor de amplitud "A" que deberá multiplicar la expresión que nos da el valor de los coeficientes de la serie, quedaría entonces

⁵ Delta de Dirac

$$C_n = \frac{Ad}{T} \operatorname{sinc} \left(\frac{n\pi d}{T} \right)$$

No se puede olvidar que el espectro nos da amplitud en función de la frecuencia.

Otro parámetro a tener en cuenta es la potencia. Puesto que la potencia es el cuadrado de la tensión, elevando al cuadrado los valores de amplitud que nos da la transformada de Fourier obtendríamos el espectro de potencia de la señal. Ver figura 13

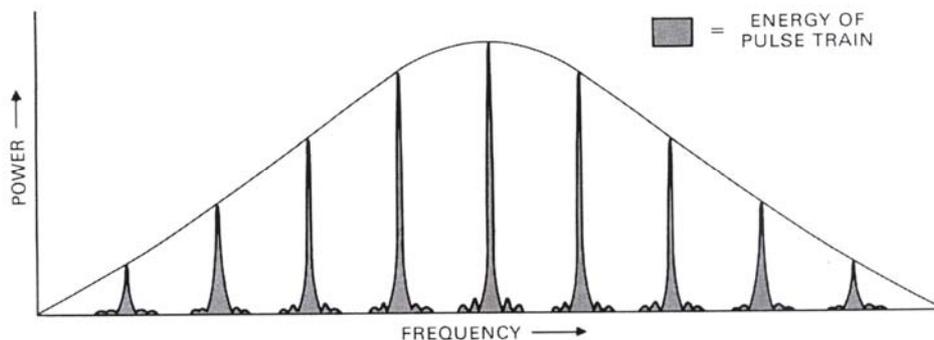


Figura 13

La energía es la potencia por el tiempo. Se puede demostrar⁶ que el área del espectro de potencias es igual a la energía total de la señal. El espectro de potencias nos muestra como se distribuye la energía en función de la frecuencia.

Por ejemplo, midiendo el área ocupada por la línea central del espectro de potencia y dividiéndola por el total del área del espectro se puede saber la fracción de energía con respecto a la total que contiene esa línea.

TREN DE PULSOS DE RF⁷

Los espectros que vamos a obtener a continuación lo haremos aplicando el método de pares y reglas. Consiste en aplicar las

⁶ Ver Teorema de Parseval

⁷ Ver propiedad de modulación

reglas y los pares de transformadas que podemos ver en los apéndices A y B. Es el método mas fácil y rápido para hallar estas transformadas sin necesidad de realizar cálculos que pueden llegar a ser engorrosos. Las reglas y los pares de transformadas se pueden encontrar en cualquier libro que trate este tema.

Esta forma de onda podría representar, por ejemplo, una aproximación de la salida de un transmisor de radar que utiliza un magnetrón modulado con pulsos regulares. Esta función estará definida por la expresión

$$u(t) = \text{rep}_T \left[\text{rect}(t / \tau) \cos 2\pi f_0 t \right]$$

donde los pulsos tienen un ancho τ , una portadora de frecuencia f_0 y un periodo de repetición de pulsos T . Se puede ver en la figura 14

Como podemos ver, es un producto de dos funciones. La transformada será⁸ una función comb de la convolución de las transformadas de esas funciones. Obtenemos entonces, utilizando los pares P3a, P7 y P8a,

$$U(f) = (\tau / 2T) \text{comb}_{1/T} \left[\text{sinc}(f - f_0)\tau + \text{sinc}(f + f_0)\tau \right]$$

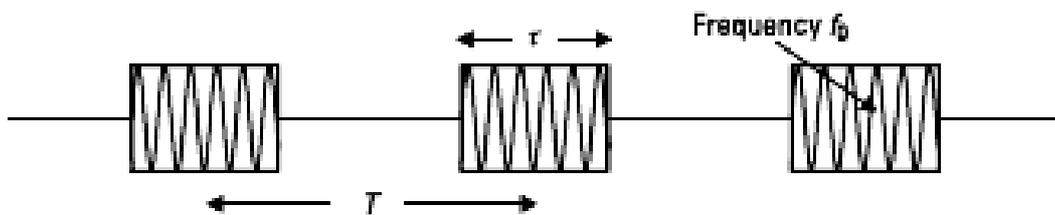


Figura 14

Este espectro está representado en la figura 15.

⁸ Ver regla 8b en el apéndice A

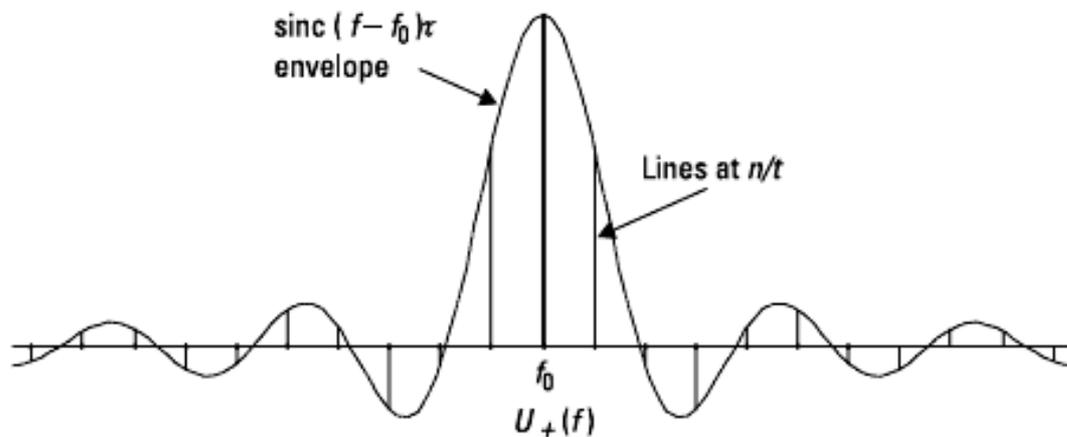


Figura 15

Como se puede ver el espectro consiste en líneas a intervalos de frecuencia de $1/T$, cuya amplitud esta dada por dos funciones de envuelta "sinc" centradas en las frecuencias f_0 y $-f_0$. La parte negativa del espectro es la conjugada compleja de la parte real y físicamente no proporciona información ninguna. En este caso el espectro es real, por lo que la parte negativa es justo la imagen de la parte real.

Una consideración importante en este espectro es que, como se puede ver en el análisis, aunque la envuelta esta centrada en f_0 , en general no tiene línea espectral en f_0 . Esto es debido a que las líneas espectrales son múltiplos de la PRF y solo si f_0 es multiplo exacto de la PRF habra una línea espectral en f_0 . Volviendo al dominio del tiempo, no podemos esperar potencia en f_0 a no ser que la portadora de un pulso esté exactamente en fase con la portadora del siguiente pulso. Para que haya potencia (línea espectral) en f_0 , debe haber un número entero de longitudes de onda de la portadora en el período de repetición de pulsos. Por lo tanto, la frecuencia de la portadora debe ser un múltiplo exacto de la PRF. Este será el caso que estudiaremos a continuación.

PORTADORA MODULADA POR UN TREN DE PULSOS REGULARES

En este caso tenemos una portadora de frecuencia estable modulada para tener un tren de pulsos como se puede ver en la

figura 16. De nuevo tomamos T como periodo de repetición de pulsos, τ como ancho de pulso y f_0 como frecuencia portadora.

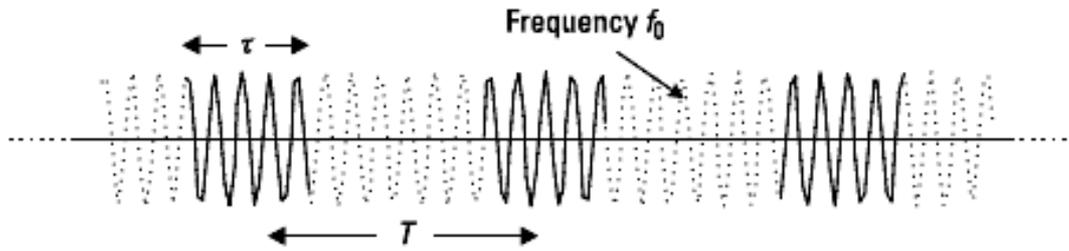


Figura 16

La señal está caracterizada por la expresión

$$u(t) = \text{rep}_T [\text{rect}(t / \tau) \cos 2\pi f_0 t]$$

y su transformada es⁹

$$U(f) = (\tau / 2T) \text{comb}_{1/T}(\sin cf \tau) \otimes [\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)]$$

Si llamamos U_+ a la parte positiva del espectro y asumimos que la señal tiene el ancho de banda lo suficientemente estrecho para que podamos despreciar la parte negativa, quedaría entonces

$$U_+(f) = (\tau / 2T) \text{comb}_{1/T}(\sin cf \tau) \otimes \delta(f - f_0)$$

La función $\text{comb}_{1/T}(\sin cf \tau)$ esta centrada en cero y tiene líneas espectrales en los múltiplos de $1/T$, incluido cero. La convolución con $\delta(f - f_0)$ mueve el centro del espectro completo a f_0 . Por lo tanto hay líneas en $f_0 + n/T$, siendo n un entero desde $-\infty$ a ∞ , incluyendo f_0 .

No existe línea espectral en $f = 0$ cuando f_0 es múltiplo exacto de la PRF, pero si tenemos, al contrario que en el caso anterior, línea espectral en f_0 ya que los pulsos son partes de la misma señal de frecuencia portadora.

⁹ Utilizando las reglas 7A , 8b y los pares 3A y 7A de los apéndices A y B

CONFORMACION DEL HAZ EN UNA ANTENA DE ARRAY

A continuación veremos unas ideas básicas de cómo se puede utilizar la transformada de Fourier para relacionar la distribución de la apertura en una antena de array y el diagrama de radiación correspondiente.

Veremos como la relación entre distribuciones de apertura lineales y sus diagramas de radiación correspondientes es la transformada de Fourier. En el caso de un array lineal con una función uniforme o regular (uniformemente espaciados) la distribución de apertura tiene la forma de una función COMB, que como sabemos tiene una función REP como transformada. Por lo tanto podremos aplicar de una manera fácil el método de reglas y pares a problemas como por ejemplo: Estudio de un haz simple (con un posterior estudio de las variaciones con diagramas de bajos lóbulos laterales) o generación de un haz que cubra un sector con una ganancia uniforme

Si los elementos del array no están uniformemente distribuidos, no es conveniente aplicar la transformada COMB/ REP y se deberá trabajar con otros métodos como por ejemplo, ajuste de mínimos cuadrados.

Principios básicos

Dada una apertura lineal, la amplitud en el campo lejano es proporcional a la suma, a lo largo de la apertura del array, de la corriente de cada punto ponderada por un factor de fase que depende de la posición en la apertura y la dirección de llegada del eco (ver figura 17)

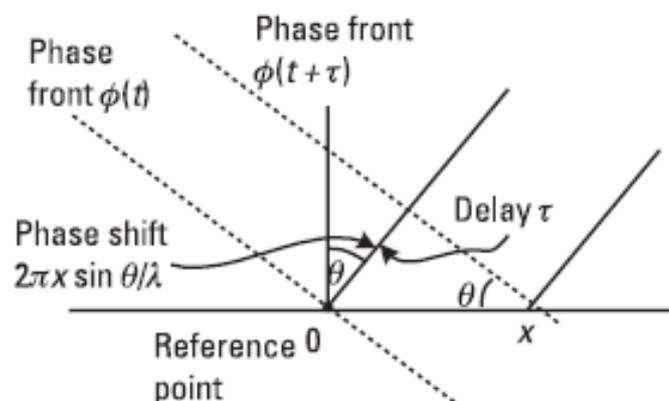


Figura 17

Si la fase en el punto de referencia es $\Phi(t)$, entonces el punto x a lo largo de la apertura tiene una fase de $\Phi(t+\tau)$, donde $\tau = x \sin \theta / c$ es el tiempo que necesita el frente de ondas x para alcanzar el punto de referencia, y c es la velocidad de la luz.

La fase del punto x para una señal de frecuencia f_0 es $2\pi f_0 t$ o $2\pi x \sin \theta / \lambda_0$, siendo λ_0 la longitud de onda correspondiente a $f_0 \lambda_0 = c$.

Si llamamos $a(x)$ a la distribución de apertura, la ganancia relativa en la dirección θ , medida en dirección normal al array, es definida (teniendo en cuenta un factor de escalado) por la expresión

$$g(\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(x) e^{2\pi j x \sin \theta / \lambda} dx$$

La integral está definida sobre el dominio completo de x , pero la antena tiene una apertura finita $a(x)$, por lo que el valor de la función será cero fuera de esta región finita (apertura).

Si en la expresión anterior definimos las posiciones en la apertura en número de longitudes de onda (dimensiones eléctricas), reemplazaremos entonces x/λ_0 por x y definimos $u = \sin \theta$, quedaría

$$g(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(x) e^{2\pi j x u} dx$$

como se puede ver esta expresión g es formalmente la transformada inversa de Fourier de la distribución de apertura a y por lo tanto la distribución a es la transformada de Fourier del diagrama g .

Un ejemplo de aplicación de esta metodología es el caso de una distribución uniforme de la apertura

$$a(x) = \text{rect}(x/X)$$

donde la apertura está definida por el intervalo $-X/2 \leq x \leq X/2$ y la distribución es uniforme dentro del intervalo. La transformada es

$$g(u) = X \operatorname{sinc} cXu$$

una función sinc con los primeros ceros en $\pm 1/X$.

De todas formas esta respuesta en la práctica se restringe, para el diagrama sobre ángulos reales $\pm \pi/2$ (por ejemplo $u = \pm 1$).

Si se asume que el diagrama sobre ángulos reales ($-1 \leq u \leq 1$) es $\operatorname{sinc} cXu$, integrando $\operatorname{sinc} cXu$ sobre el rango completo de u ($-\infty < u < \infty$), obtenemos la función rect de la distribución de apertura que da el diagrama de radiación para la región de ángulos reales buscada.

Array lineal y uniforme. Direccionamiento del haz

Después de ver someramente los principios básicos de esta metodología vamos a aplicarla ahora a un array lineal de elementos uniformemente distribuidos y como se puede direccionar el haz.

Consideramos una apertura uniforme de ancho X . Si la separación entre elementos es de d longitudes de onda, la función de distribución de apertura será

$$a(x) = \operatorname{comb}_d [\operatorname{rect}(x/X)]$$

Y el diagrama de radiación es¹⁰

$$g(u) = (X/d) \operatorname{rep}_{1/d} [\operatorname{sinc} c(Xu)]$$

Si queremos dirigir el haz a una dirección u_1 , tenemos que redefinir el diagrama de la forma

$$\operatorname{sinc} c[X(u - u_1)]$$

esto colocará el pico de la función sinc en u_1 en vez de cero. Haciendo de nuevo la transformada y volviendo al dominio de la apertura, vemos que la distribución de apertura es

¹⁰ Ver reglas R5 y R8b y par P3b

$$a(x) = \text{comb}_d \left[\text{rect}(x / X) e^{-2\pi j u_1 x} \right]$$

Ahora colocaremos la fase adecuada a lo largo de la apertura para dirigir el haz en la dirección requerida. Si variamos la distancia entre los elementos del array, en el dominio de la apertura, la distribución viene dada por la expresión

$$a(x) = \text{comb}_d \left\{ \text{rect} \left[(x - x_1) / X \right] \right\}$$

Aplicando la regla R6b, el diagrama de radiación será

$$g(u) = (X / d) \text{rep}_{1/d} \left[\text{sinc}(Xu) e^{2\pi j u x_1} \right]$$

Aquí vemos entonces la variación de la fase a través de la apertura con respecto al ángulo de dirección del haz.

En conclusión, estos son unos pequeños ejemplos de la utilización de la transformada de Fourier para pasar del dominio de la apertura al del diagrama de radiación.

MEDIDA DEL DIAGRAMA DE CAMPO LEJANO¹¹ EN UNA ANTENA

Otra interesante aplicación de la transformada de Fourier es en la medida del campo lejano de una antena.

Para medir el diagrama de campo con exactitud en una antena, el equipo de medición deberá estar en el campo lejano. A esta distancia las longitudes de la trayectoria de todas las partes de la antena están en fase. Se puede hacer también esta medición colocando en un punto del campo lejano, en vez del equipo de medida, un radiador

¹¹ CAMPO CERCANO (Fresnel Region).- Región cercana a la antena $R < \frac{2d^2}{\lambda}$, siendo D la dimensión de la antena.

CAMPO LEJANO (Fraunhofer Región).- Región más lejana a la antena $R < \frac{2d^2}{\lambda}$. En él la onda electromagnética presenta un frente de ondas plano y perpendicular a la dirección de la antena.

isotrópico. El frente de onda de ese radiador saldrá como máximo a una distancia δ de cualquier parte de la antena (ver figura 18).

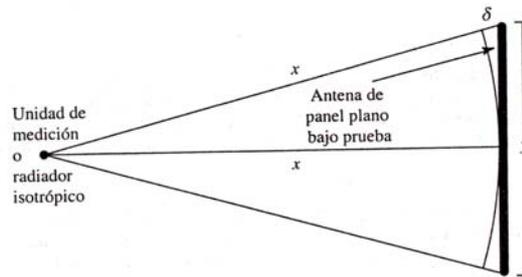


Figura 18

El problema es que en muchas ocasiones la distancia a la que debe estar el equipo de medida o el radiador isotrópico se hace demasiado grande, lo que lo hace un método de medida poco práctico.

Un método alternativo es medir el campo cercano de la antena a través de su apertura con una pequeña antena móvil y un receptor y obtener el diagrama de campo lejano utilizando la transformada de Fourier. Así, refiriéndose a la figura 19, el diagrama de campo lejano de una antena lineal de longitud "a" será

$$E(\Phi) = \int_{-\frac{a_\lambda}{2}}^{+\frac{a_\lambda}{2}} E(x_\lambda) e^{2\pi j x_\lambda \sin \Phi} dx_\lambda$$

donde $E(x_\lambda)$ es el campo cercano como función de la posición x_λ a través de la apertura de la antena y $x_\lambda = x/\lambda$. La transformada inversa proporciona la distribución de campo cercano a partir del diagrama de campo lejano.

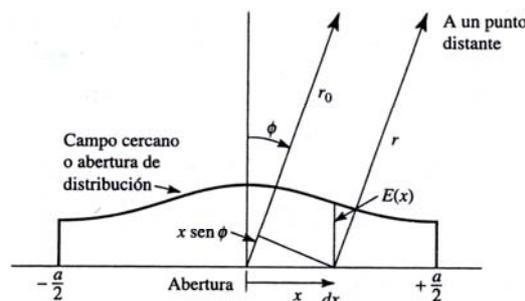


Figura 19

En la figura 20 podemos ver los diagramas de campo lejano de la transformada de Fourier para las distribuciones de campo cercano uniforme, coseno cuadrado y gaussiana. Cabe destacar que la distribución de campo cercano gaussiana tiene la propiedad de transformarse en un diagrama de campo lejano gaussiano.

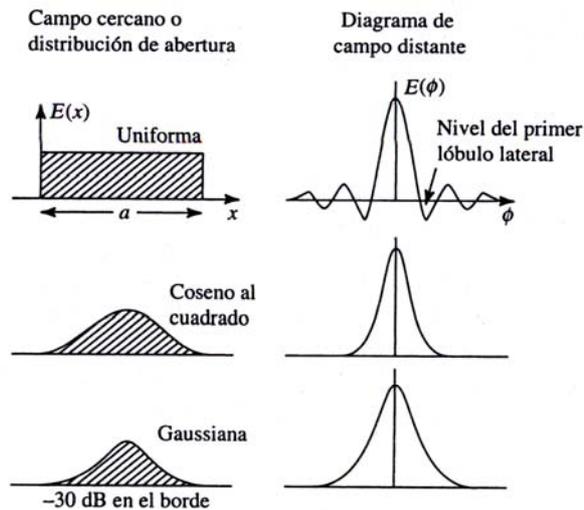


Figura 20

CONCLUSIONES

A lo largo de este artículo hemos visto, desde un punto de vista teórico algunas de las aplicaciones de la transformada de Fourier en el campo del radar. Hay muchas más, no solo en radar, sino también en otras ramas de la ciencia y la ingeniería.

El artículo pretende mostrar de una manera fácil los métodos para realizar los cálculos de la transformada. No está dentro del propósito del trabajo estudiar y demostrar la teoría y todas las propiedades de análisis de Fourier, sino ver unas nociones básicas y la manera práctica de realizar la transformada cuando, ya sea por estudio o por trabajo, necesitemos calcularla.

Creo que el método más fácil y adecuado para la mayor parte de las aplicaciones que nosotros, especialistas en electrónica o armas, podamos necesitar es la utilización de las tablas de pares de transformadas. Estas tablas se encuentran en cualquier publicación que trate sobre estos temas y con un manejo adecuado de ellas podremos realizar la mayoría de los cálculos.

APENDICE A

Reglas del análisis de Fourier

Rule	Function	Transform	Notes
—	$u(x)$	$U(y)$	See (2.1), (2.2)
1	$au + bv$	$aU + bV$	a, b constants ($a, b \in \mathbb{C}$, in general)
2	$u(-x)$	$U(-y)$	
3	$u^*(x)$	$U^*(-y)$	* indicates complex conjugate
4	$U(x)$	$u(-y)$	
5	$u(x/X)$	$ X U(Xy)$	$X \in \mathbb{R}$, X constant
6a	$u(x - x_0)$	$U(y) \exp(-2\pi i x_0 y)$	$x_0 \in \mathbb{R}$, x_0 constant
6b	$u(x) \exp(2\pi i x y_0)$	$U(y - y_0)$	$y_0 \in \mathbb{R}$, y_0 constant
7a	uv	$U \otimes V$	(2.15)
7b	$u \otimes v$	UV	
8a	$\text{comb}_x u$	$ Y \text{rep}_Y U$	(2.14), (2.13), $Y = 1/X$, constant
8b	$\text{rep}_x u$	$ Y \text{comb}_Y U$	
9a	$u'(x)$	$2\pi i y U(y)$	Prime indicates differentiation
9b	$-2\pi i x u(x)$	$U'(y)$	
10a	$\int_{-\infty}^x u(\xi) d\xi$	$U(y) \left[\frac{\delta(y)}{2} + \frac{1}{2\pi i y} \right]$	
10b	$u(x) \left[\frac{\delta(x)}{2} - \frac{1}{2\pi i x} \right]$	$\int_{-\infty}^y U(\eta) d\eta$	

APÉNDICE B

Pares de transformadas de Fourier

Pair	Function	Transform	Notes
1a	$\delta(x)$	1	(2.6)
1b	1	$\delta(y)$	
2a	$h(x)$	$\frac{\delta(y)}{2} + \frac{1}{2\pi iy}$	(2.11)
2b	$\frac{\delta(x)}{2} - \frac{1}{2\pi ix}$	$h(y)$	
3a	$\text{rect}(x)$	$\text{sinc}(y)$	(2.4), (2.5)
3b	$\text{sinc}(x)$	$\text{rect}(y)$	
4	$\exp(-x)$	$\frac{1}{1 + 2\pi iy}$	$(x \geq 0)$ Laplace transform
5	$\exp(-\pi x^2)$	$\exp(-\pi y^2)$	
6a	$\delta(x - x_0)$	$\exp(-2\pi i x_0 y)$	P1a, R6a
6b	$\exp(2\pi i y_0 x)$	$\delta(y - y_0)$	P1b, R6b
7a	$\cos 2\pi y_0 x$	$(\delta(y - y_0) + \delta(y + y_0))/2$	P6b, R1
7b	$\sin 2\pi y_0 x$	$(\delta(y - y_0) - \delta(y + y_0))/2i$	P6b, R1
8a	$u(x) \cos 2\pi y_0 x$	$(U(y - y_0) + U(y + y_0))/2$	P7a, R7a, (2.17)
8b	$u(x) \sin 2\pi y_0 x$	$(U(y - y_0) - U(y + y_0))/2i$	P7a, R7a, (2.17)
9	$\exp(-ax)$	$1/(a + 2\pi iy)$	$(a > 0, x \geq 0)$ P4, R5
10	$\exp(-x^2/2\sigma^2)$	$\sigma\sqrt{2\pi} \exp(-2\pi^2\sigma^2 y^2)$	P5, R5
11	$\text{comb}_X(1)$	$ Y \text{comb}_Y(1)$	$Y = 1/X$

$a, x_0, y_0, X, Y, \sigma$ all real constants and also $x, y \in \mathbb{R}$

APÉNDICE C

APUNTES BIOGRÁFICOS. Jean Baptiste Joseph Fourier



Nacido en Auxerre, Francia en el año 1768 y fallecido en Paris en 1830. Ingeniero y matemático francés.

Era hijo de un sastre, y fue educado por los benedictinos. Los puestos en el cuerpo científico del ejército estaban reservados para familias de estatus reconocido, así que aceptó una cátedra militar de matemáticas. Tuvo un papel destacado durante la revolución en su propio distrito, y fue recompensado con una candidatura para una cátedra en la École

Polytechnique.

Fourier acompañó a Napoleón en su expedición oriental de 1798, y fue nombrado gobernador del Bajo Egipto. Aislado de Francia por la flota británica, organizó los talleres con los que el ejército francés debía contar para sus suministros de munición. También aportó numerosos escritos sobre matemáticas al Instituto Egipcio que Napoleón fundó en El Cairo. Tras las victorias británicas y la capitulación de los franceses al mando del general Menou en 1801, Fourier volvió a Francia, donde fue nombrado prefecto del departamento de Isère, y empezó sus experimentos sobre la propagación del calor.

Se trasladó a París en 1816, y en 1822 publicó su Teoría analítica del calor, basándose en parte en la ley del enfriamiento de Newton. A partir de esta teoría desarrolló la denominada “Series de Fourier”, de notable importancia en el posterior desarrollo del análisis matemático, y con interesantes aplicaciones a la resolución de numerosos problemas de física (más tarde, Dirichlet consiguió una

demostración rigurosa de diversos teoremas que Fourier dejó planteados).

Dejó inacabado su trabajo sobre resolución de ecuaciones, que se publicó en 1831 y que contenía una demostración de su teorema sobre el cálculo de las raíces de una ecuación algebraica.

BIBLIOGRAFÍA

- Merril. I. Skolnik. "*Introduction to Radar Systems*". MacGraw-Hill International Editions. 3ª Ed. 2001
- Christopher Rauscher. "*Fundamentos del análisis de espectros*". Rodhe Schwarz.2003
- Athanasios Papoulis. "*Sistemas digitales y analógicas, transformadas de Fourier, estimación espectral*". Marcombo Boixareu Editores. 1985
- Hwei P. Hsu. "*Análisis de Fourier*". Fondo Educativo Interamericano. 1970
- Simon Haykin. "*Communications Systems*". J Wiley & Sons. 3ª Ed. 1994
- George W. Stimson. "*Introduction to Airborne Radar*".Scitech Publishing. 2ª Ed. 1998
- David Brandwood. "*Fourier transforms in Radar and Signal Proccesing*". Artech House. 2003
- John D. Krauss. "*Electromagnetismo con Aplicaciones*". MacGraw-Hill Interamericana Editores. 2000



**Escuela de Especialidades
"Antonio de Escaño"**

Análisis de espectros

Señales del radar de pulsos

**AN. Antonio Valles Castro
Dpto. Operaciones. Electrónica**

avallesc@fn.mde.es

INTRODUCCIÓN

Durante años el analizador de espectros fue un equipo de medida utilizado casi exclusivamente por los destinos de comunicaciones a bordo de los buques. La tecnología no permitía que el margen de frecuencias de estos equipos alcanzara las frecuencias de radar, con lo cual no tenía utilización práctica en el destino de electrónica.

El avance de la tecnología permitió que el margen de frecuencia de los analizadores alcance las frecuencias de radar, por lo que ya es posible su utilización en los destinos de electrónica de los buques.

Tradicionalmente para caracterizar una señal eléctrica se ha utilizado el osciloscopio. Este equipo presenta la señal en el dominio del tiempo, es decir nos dice como se comporta la señal con respecto al tiempo. Esto nos da una información importante de la señal, pero no toda la que en un momento determinado podríamos necesitar. Para una caracterización completa es necesario, además, analizarla en el dominio de la frecuencia, de ahí la importancia que tiene el analizador de espectros.

Pero este análisis de la señal no sólo es importante a la hora de realizar tareas de mantenimiento o cuando se realiza el estudio del comportamiento de un determinado equipo o sistema. Una parte importante del destino de electrónica a bordo es la Guerra Electrónica (EW) y la inteligencia electrónica (ELINT). En estos dos campos el estudio y análisis del espectro de la señal de radar es fundamental.

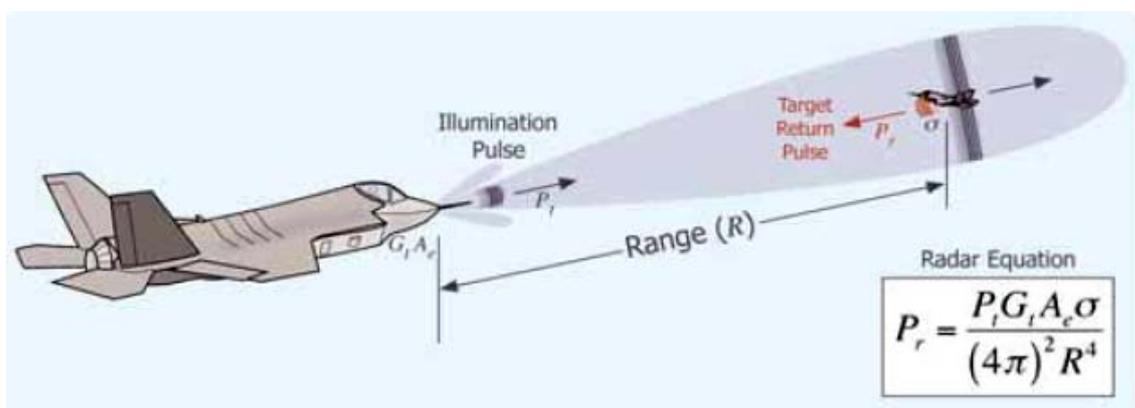


Figura 1

La gran mayoría de los radares que utilizamos son radares de pulsos. Es decir, un radar emite al espacio una señal de radiofrecuencia modulada con un pulso cuadrado, con una frecuencia del tren de

pulsos llamada PRF y durante un tiempo permanece a la escucha a la espera que parte de esa señal vuelva al chocar con el blanco.

En la figura 1 se puede ver el principio de funcionamiento de un radar de pulsos.

Pero no solo es interesante el estudio de las señales pulsadas para los especialistas en electrónica. Los sistemas de comunicaciones, que durante mucho tiempo han funcionado de forma analógica se están sustituyendo por sistemas digitales que también son señales pulsadas.

En este artículo pretendo exponer de una manera práctica y sencilla como se realiza el análisis de señales de un radar de pulsos. Veremos unas ideas del funcionamiento del analizador de espectros, de cómo son las señales pulsadas y por último la manera de extraer las características de estas señales analizando su espectro.

Analizador de espectros

A la hora de diseñar o de mantener un determinado dispositivo se necesita una herramienta que nos permita analizar las señales eléctricas que pasan a través del dispositivo bajo prueba. Analizando las características de la señal podremos determinar las características del dispositivo, encontrar problemas, diagnosticar y reparar averías, etc.

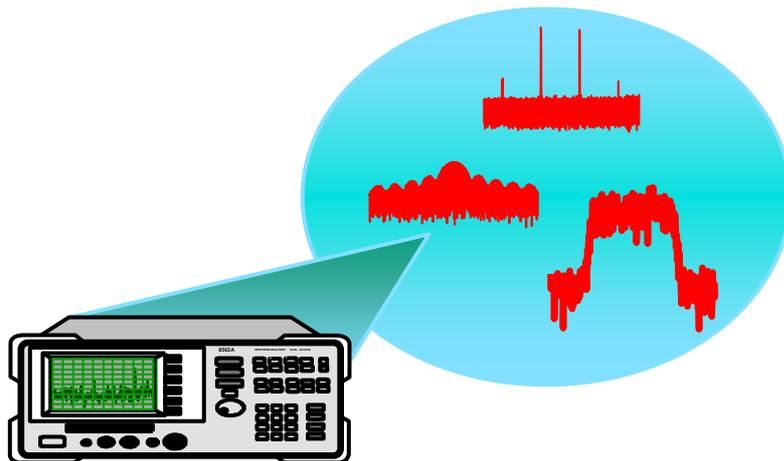


Figura 2

Este dispositivo es el analizador de espectros, un receptor pasivo y selectivo en frecuencia, que presenta la señal para realizar su análisis. Los analizadores de espectros presentan normalmente señales no

procesadas de las que se puede extraer características como nivel de tensión, periodo, bandas laterales, forma de onda ,frecuencia, etc.

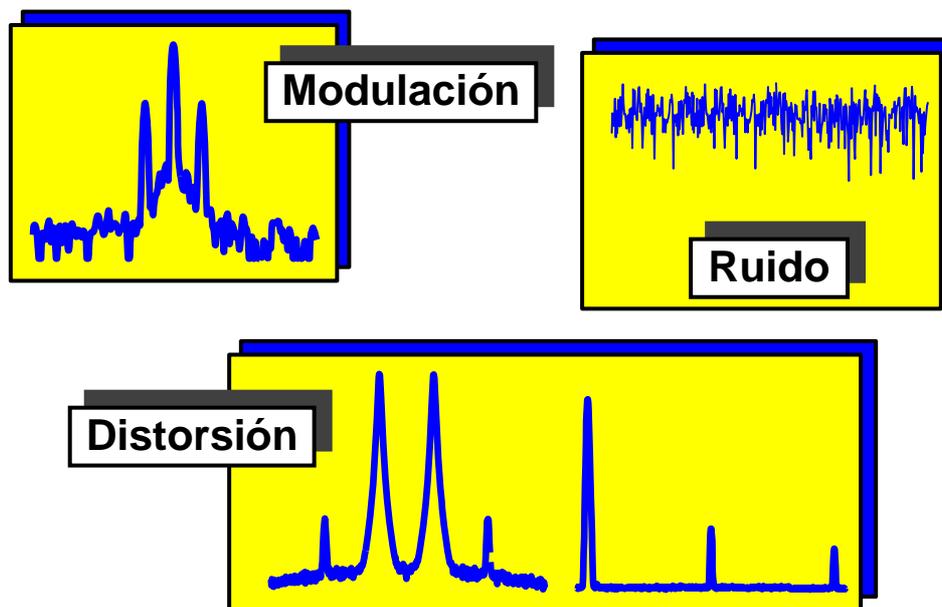


Figura 3

Dependiendo de las aplicaciones, las señales deben tener unas determinadas características que serán medidas con el analizador. Por ejemplo, en comunicaciones, para enviar una información ya sea de voz o de datos, la señal portadora debe estar modulada con una señal cuyas características dependen del tipo de modulación utilizada. Lo mismo sucede con las señales de radar. Cuando se comprueban circuitos no lineales, como por ejemplo mezcladores o amplificadores, se puede estudiar la distorsión y como afecta esta al dispositivo bajo prueba. Otro aplicación típica del analizador de espectros es el estudio del ruido para poder hallar la figura de ruido o la relación señal ruido y como afecta esto al ruido total del sistema.

Las aplicaciones de los analizadores de espectros son muy amplias y se han nombrado algunas de las mas importantes. No olvidemos las aplicaciones en guerra electrónica y el análisis de la señal, tan importante para los especialistas en electrónica.

Frecuencia vs Tiempo

Las señales eléctricas pueden ser analizadas en el dominio del tiempo, con la ayuda de un osciloscopio y en el dominio de la frecuencia con el analizador de espectros como se puede ver en la figura 4.

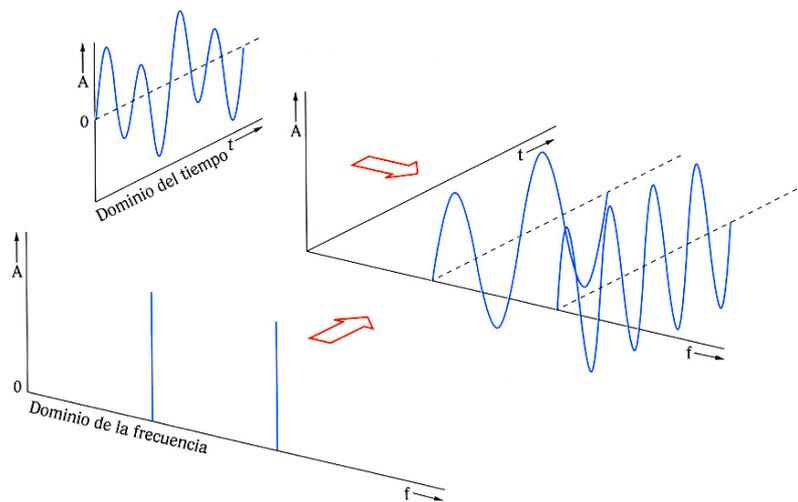


Figura 4

La figura muestra una señal tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia. En el dominio del tiempo las componentes de frecuencia de la señal son sumadas y presentadas. En el de la frecuencia, las componentes en frecuencia de la señal son presentadas individualmente. La gran ventaja del análisis de espectros es , como se puede ver en la figura, que se puede ver y estudiar las diferentes componentes en frecuencia de la señal cosa que no se puede hacer con el osciloscopio. En la figura 5 se puede ver a la izquierda una señal senoidal de una fundamental con una serie de armónicos pintados en colores. A la derecha podemos ver en un osciloscopio (dominio del tiempo) la suma de esas señales. En la siguiente figura, la 6, podemos ver la representación de las señales anteriores en el dominio de la frecuencia. Como se aprecia en la figura, podemos distinguir las diferentes componentes de la señal¹.

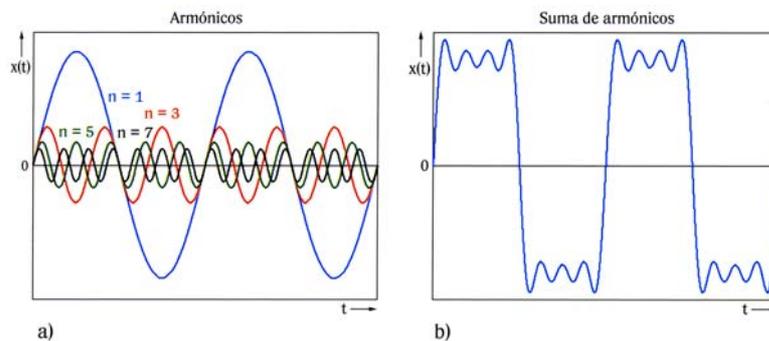


Figura 5

¹ Los colores de los diferentes armónicos coinciden en las dos representaciones, tanto en el tiempo como en la frecuencia.

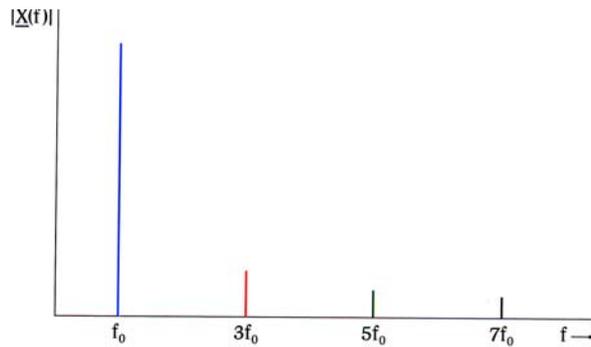


Figura 6

Ahora la pregunta que se me ocurre es: *¿Cuál es la relación entre los dos dominios?*

Estos dos dominios están relacionados entre si por la transformada de Fourier². Cada señal variable en el dominio del tiempo posee un espectro de frecuencia característico, que se relaciona por la siguiente expresión:

$$X(f) = F[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt$$

donde $F[x(t)]$ es la transformada de Fourier de $x(t)$, $x(t)$ es la señal en el dominio del tiempo y $X(f)$ es la señal en el dominio de la frecuencia.

Por otra parte la transformada inversa de Fourier sería

$$x(t) = F^{-1}[X(f)] = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f)e^{j2\pi ft} df$$

Tipos de analizadores de espectros

Existen dos tipos principales de analizadores de espectros:

- Analizador de barrido
- Analizador FFT

² La relación entre el dominio del tiempo y el de la frecuencia esta descrita en la teoría de Fourier (Jean Baptiste Fourier, 1768-1830). Para señales discretas o digitalizadas se utiliza la Transformada discreta de Fourier (DFT)

Analizador de barrido de frecuencia

Hasta ahora ha sido el tipo de analizador de aplicación general mas utilizado. Es un receptor superheterodino que barre todo el margen de frecuencias y que presenta todas las componentes en frecuencia presentes en ese margen.

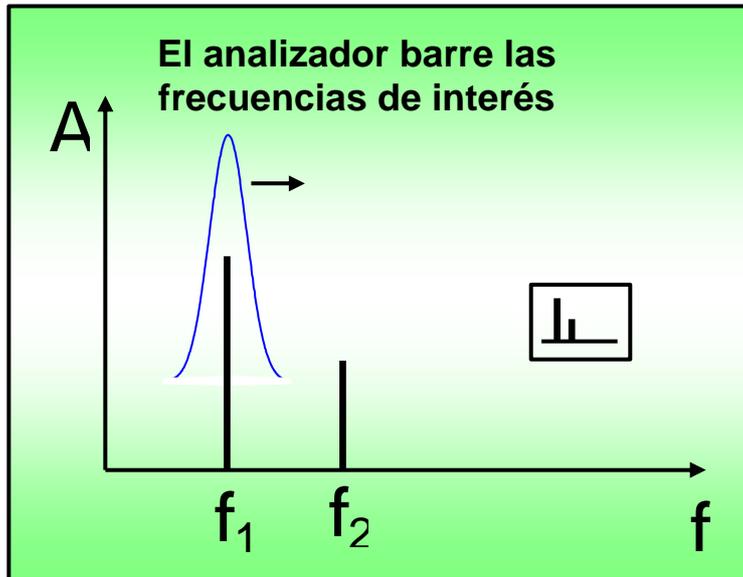


Figura 7

En la figura 8 podemos ver un esquema del funcionamiento de este tipo de analizador.

Esta técnica de barrido permite realizar el análisis en márgenes de frecuencias amplios y con un gran margen dinámico, necesario para muchas aplicaciones. Es especialmente útil en mantenimiento de microondas, radar, comunicaciones, comprobación de EMI's, etc.

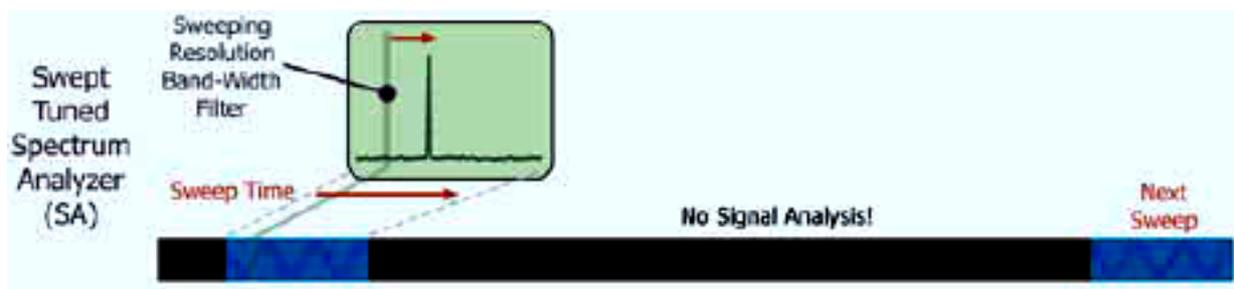


Figura 8

Analizador de Fourier

El analizador de Fourier toma la señal en el dominio del tiempo, la muestrea, la digitaliza y realiza el algoritmo matemático (FFT)³ para convertirla al dominio de la frecuencia. Es como si el analizador estuviera cubriendo todo el margen de frecuencias al mismo tiempo utilizando un banco de filtros en paralelo. Esta en todo momento capturando la información en el dominio del tiempo y presentándola en el dominio de la frecuencia. Es decir tiene la capacidad de trabajar en tiempo real.

Esta capacidad permite al analizador de Fourier capturar señales periódicas, aleatorias y transitorios. Esto supone una mejora importante con respecto al analizador de barrido de frecuencia. Pero tiene unas limitaciones importantes sobre todo en los márgenes de frecuencia y también en el margen dinámico y sensibilidad.

Los analizadores de Fourier dependen del avance en la tecnología de los convertidores analógico-digital (ADC) y de los procesadores digitales de señal (DSP). La implementación del algoritmo FFT todavía no puede ser realizada con DSP comerciales, lo que encarece en gran manera su coste y limita su utilización.

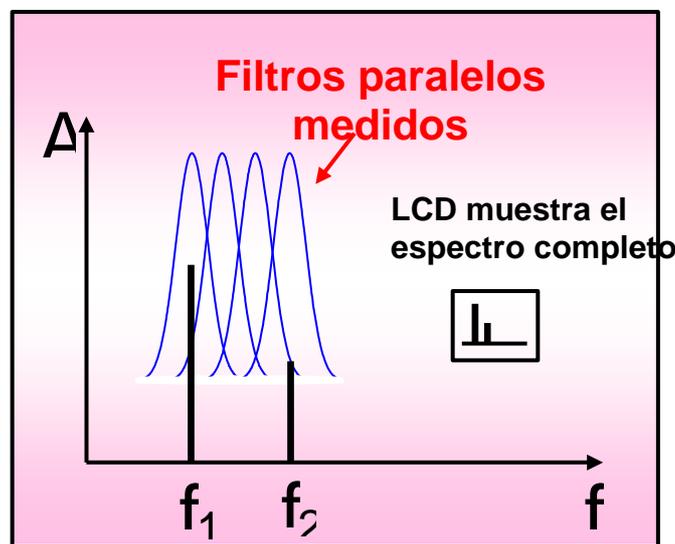


Figura 9

³ Fast Fourier Transform. Algoritmo de la DFT desarrollado por Cooley y Tukey en 1965 que permite reducir el número de operaciones matemáticas necesarias para su realización de N^2 a $N \log N$.

De cualquier manera el avance de la tecnología está permitiendo que este tipo de analizadores sea cada vez mas utilizado y con márgenes de frecuencias mayores.

Teoría del analizador de espectros

A continuación vamos a ver unas pinceladas de la teoría de los analizadores de espectros. Este estudio se hará con analizadores analógicos.

Un analizador de espectros es un sistema analógico diseñado para medir la transformada de Fourier $F(\omega)$ de una señal física $f(t)$. Al ser $F(\omega)$ la integral del producto $f(t)e^{-j\omega t}$, un analizador es de hecho un integrador. A continuación vamos a ver tres métodos para realizar este análisis.

Modulación

Multipliquemos⁴ $f(t)$ por la salida de un generador de señales $s(t) = e^{-j\omega_0 t}$. El producto resultante es $f_s(t) = f(t)e^{-j\omega_0 t}$. Esta señal será la entrada de un filtro $H(\omega)$, como se puede ver en la figura 10. Al ser $F_s(\omega) = F(\omega + \omega_0)$ si la banda del filtro $(-\omega_c, \omega_c)$ es lo suficientemente pequeña tendremos

$$G(\omega) = F(\omega + \omega_0)H(\omega) = F(\omega_0)h(t)$$

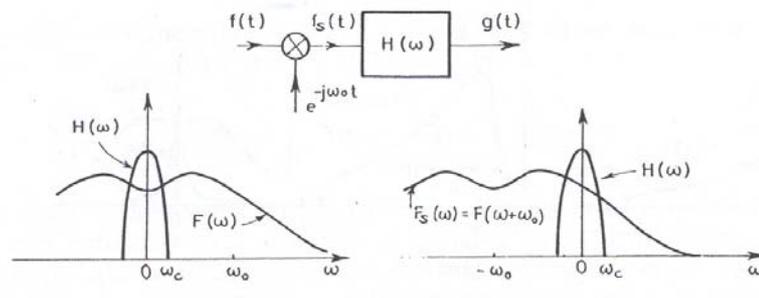


Figura 10

Por lo tanto en el dominio del tiempo

$$g(t) \cong F(\omega_0)h(t)$$

⁴ La operación de multiplicación es sinónimo de mezcla

que como podemos ver se comporta como un integrador. Hay que tener presente que para cumplirse lo anterior, la frecuencia de un analizador debe permanecer constante durante el tiempo de duración de $f(t)$.

Para determinar $F(\omega)$ en toda la banda se debe asignar a ω_0 todos los valores de la banda. Para ello se va cambiando la frecuencia del generador de señales y guardando la señal $f(t)$ para emplearla repetidamente.

Filtrado de paso de banda

La señal $f(t)$ se aplica a un banco de n filtros de paso de banda conectados en paralelo como se puede ver en la figura 11.

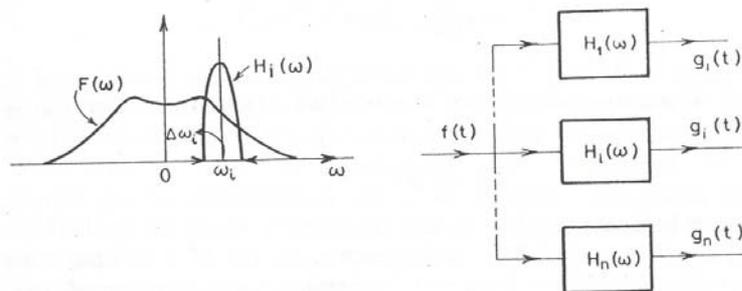


Figura 11

Si la banda $\Delta\omega_i$ del filtro i es lo suficientemente estrecha y está centrada alrededor de ω_i , su salida viene dada por

$$g_i(t) \cong F(\omega_i) h_i(t)$$

ya que

$$G_i(\omega) = F(\omega) H_i(\omega) \cong F(\omega_i) H_i(\omega)$$

La energía

$$E_i = \int_{-\infty}^{+\infty} |g_i(t)|^2 dt \cong |F(\omega_i)|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |h_i(t)|^2 dt$$

La salida del filtro i es proporcional a $|F(\omega_i)|^2$ por lo tanto $|F(\omega_i)|$ puede ser determinado midiendo E_i .

Heterodino

En el analizador anterior las frecuencias centrales ω_i de los filtros $H_i(\omega)$ deben cubrir toda la banda de interés a la entrada. Para señales de alta frecuencia es más conveniente combinar los métodos anteriores como puede verse en la figura 12

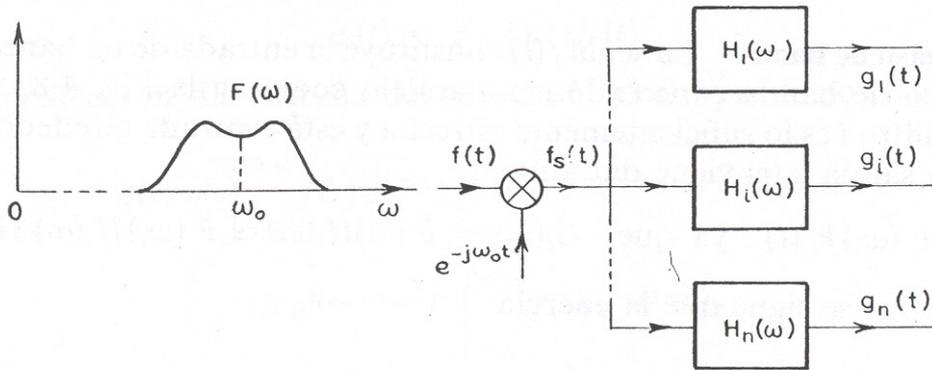


Figura 12

La señal $f(t)$ viene multiplicada por $e^{-j\omega_0 t}$ y el producto resultante $f_s'(t)$ constituye la entrada al banco de filtros paso de banda. La salida $g_i(t)$ de un filtro es igual a

$$g_i(t) \cong F(\omega_i + \omega_0) h_i(t)$$

ya que

$$G_i(\omega) = F_s(\omega) H_i(\omega) = F(\omega + \omega_0) H_i(\omega) \cong F(\omega_i + \omega_0) H_i(\omega)$$

Pulso cuadrado. Fundamentos

La característica del espectro de un tren periódico de pulsos cuadrados viene dada por la expresión de Fourier para la característica de tensión dependiente del tiempo.

$$v(t) = A \frac{\tau}{T} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\frac{2n\pi\tau}{T}} \left\{ \sin \frac{2n\pi\tau}{T} \cos n\omega_1 t + (1 - \cos \frac{2n\pi\tau}{T}) \sin n\omega_1 t \right\} \right]$$

donde A es la amplitud, τ es la anchura del pulso, T el período, ω_1 la frecuencia angular y n el orden de la oscilación armónica. Los coeficientes de las series de Fourier, describen las amplitudes espectrales

$$V_n = 2A \frac{\tau}{T} \frac{\sin \frac{n\pi t}{T}}{\frac{n\pi t}{T}}$$

Debe observarse que el espectro de frecuencia, tanto de una señal seno como coseno, es una delta de Dirac a la frecuencia correspondiente. Para calcular el espectro de una señal periódica cuya característica en el tiempo esta descrita por las series de Fourier, se debe transformar cada componente de la serie. Cada una de estas transformaciones da como resultado una delta de Dirac que es una componente discreta en el dominio de la frecuencia. Las señales periódicas muestran por tanto espectros discretos (figura 6).

Hay que tener en cuenta que la representación de Fourier nos proporciona componentes espectrales de $-\infty$ a ∞ y los coeficientes pueden ser negativos, el analizador de espectros sólo representa frecuencias positivas en función de su magnitud.

Consideremos un tren de pulsos cuadrados perfectos. Como podemos ver en la figura 5, el pulso cuadrado esta formado por la suma de una frecuencia fundamental y una serie de armónicos, que en el caso del pulso ideal, perfectamente rectangular, serian infinitos.

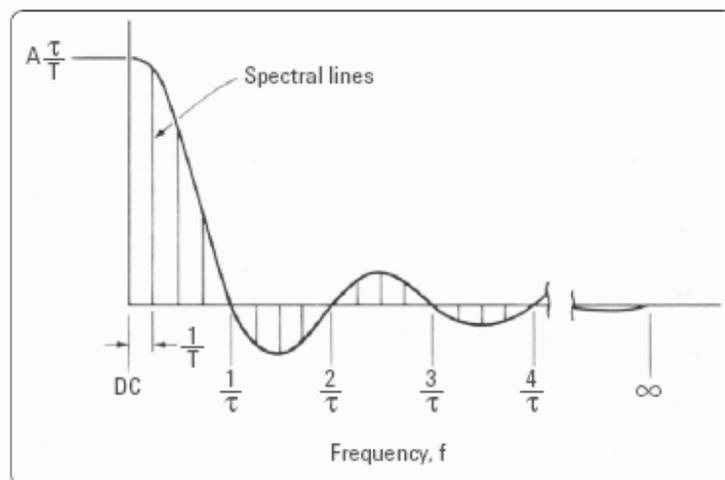


Figura 13

En la figura 13 podemos ver el espectro de un tren de pulsos perfectamente rectangulares con un ancho de pulso τ y un período T . La envuelta de la señal es una función sinc⁵. Obsérvese que ese tren de pulsos no modula ninguna portadora y que la frecuencia principal coincide con la frecuencia del tren de pulsos (inversa del periodo).

Ahora utilizamos este tren de pulsos cuadrados para modular una portadora f_c . Entonces el espectro de la señal, como se puede ver en la figura 14 estará centrado en la frecuencia de la portadora.

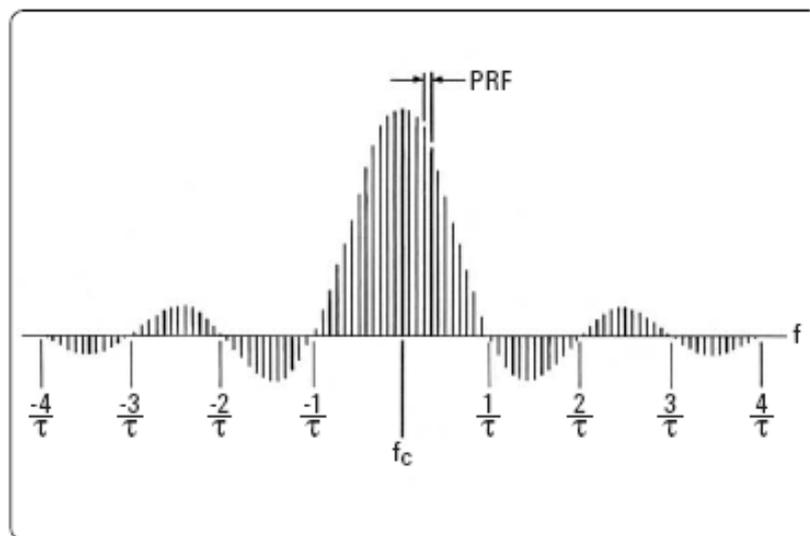


Figura 14

La forma del espectro lo podemos ver de una manera mas intuitiva. La modulación por pulsos es una modulación on/off, es decir, en amplitud (AM). El espectro de una modulación AM de una portadora con un tono es una componente en la frecuencia portadora y dos bandas laterales por encima y por debajo de la portadora con una desviación de frecuencia igual a la frecuencia moduladora.

Pues bien, si la portadora la modulamos con un pulso cuadrado la estamos modulando, como vimos anteriormente, con una serie de armónicos senoidales (que sumados forman el pulso cuadrado). Por lo tanto aparecerán esos armónicos como componentes en frecuencia por encima y por debajo de la frecuencia de la portadora al igual que ocurría con la modulación AM.

⁵ La función sinc es de la forma $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$

En la figura 14 se puede ver el espectro de una portadora modulada con un tren de pulsos cuadrados. Las líneas individuales representan los productos de modulación entre la portadora y el tren de pulsos. El espacio entre líneas espectrales es la frecuencia de repetición de pulsos. Las frecuencias de las líneas espectrales serán

$$F_L = F_c \pm n.PRF$$

Como se puede ver aparece un lóbulo principal centrado en la frecuencia portadora y lóbulos laterales que en un pulso cuadrado ideal se extenderían hasta el infinito. Como ya se ha dicho antes la envuelta de la amplitud de las líneas espectrales tiene la forma una función sinc para un pulsos rectangulares ideales. El ancho de cada lóbulo lateral es igual $\Delta f = 1/\tau$ (inversa del ancho de pulso). El ancho del lóbulo principal será evidentemente $\Delta f = 2/\tau$.

Spectral Effects of PRF and PW

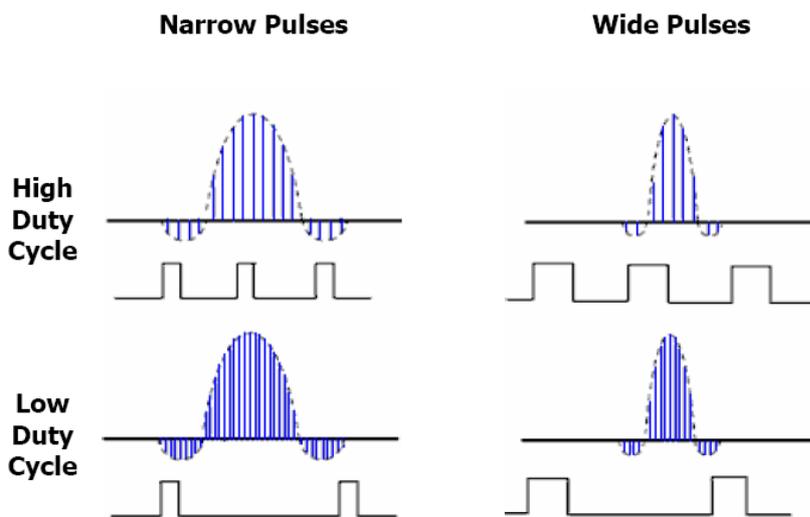


Figura 15

En la figura 15 se puede ver los efectos del cambio de ancho de pulso y de la frecuencia de repetición de pulsos en el espectro. Pulso mas ancho, lóbulos mas estrechos. Frecuencia de repetición de pulsos mas pequeña, menor desviación en frecuencia entre líneas espectrales.

Conviene tener en cuenta un detalle que se nos puede pasar desapercibido. En las figuras que estamos viendo en este trabajo las líneas espectrales aparecen positivas y negativas. Esto es debido a que se representa la magnitud y la fase. Existen armónicos 180°

desfasados con respecto a la señal fundamental. El analizador de espectros solo presenta magnitudes y no tiene en cuenta las fases, por lo tanto invierte las componentes negativas, con lo que presenta todas las componentes espectrales positivas.

En la práctica no siempre es posible distinguir los nulos en el espectro, muchas veces aparecen poco definidos. La razón es que los pulsos no son rectangulares ideales y por lo tanto siempre tienen asimetrías y hay que tener en cuenta el incremento exponencial finito y los tiempos de caída de los pulsos reales.

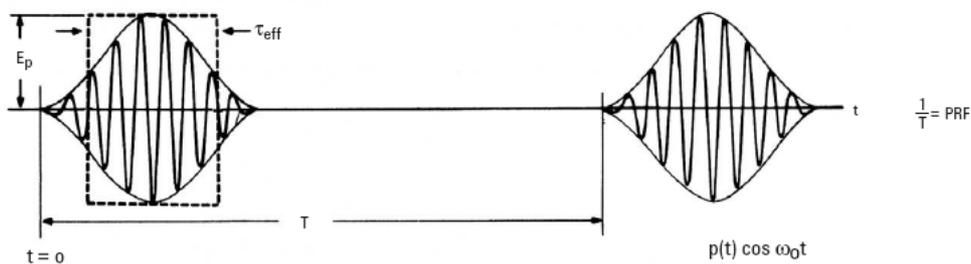


Figura 16

En la figura 16 podemos ver la representación de un pulso real. Se define el ancho de pulso efectivo τ_{eff} como el ancho del pulso rectangular con la misma altura y área que el pulso aplicado al analizador.

$$\tau_{eff} = \int_0^t \frac{P(t)dt}{E_p}$$

Características de la señal del radar de pulsos

A continuación se va a dar una idea muy somera de las características de la señal de un radar de pulsos y de la nomenclatura más utilizada. Además veremos como estas características se relacionan con el comportamiento del radar.

Un radar de pulsos envía al espacio una señal de RF modulada con pulsos, como su nombre indica. Al chocar con el blanco se refleja una parte de esta energía que vuelve al radar y se presenta en la pantalla. Como la radiofrecuencia se propaga a la velocidad de la luz, midiendo el tiempo que tarda la señal en ir y volver resolviendo un sencillo problema de cinemática se halla la distancia a la que está el blanco.

Las características del pulso de RF determinan en gran medida el comportamiento y las capacidades del radar. En EW y ELINT estas características de la señal nos ofrecen una información muy valiosa sobre el tipo de radar que está transmitiendo e incluso sobre la plataforma que lo lleva instalado, avión, buque, etc.

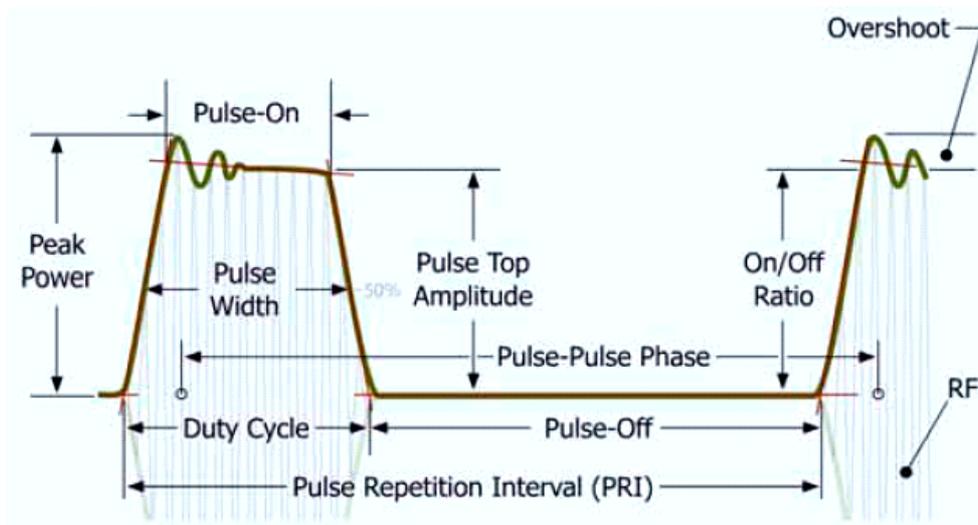


Figura 17

En la figura 17 podemos ver las características de la señal del radar. El periodo de repetición de pulsos (PRI) es el tiempo que tarda la señal en repetirse. Es decir es el período de la señal. Es la inversa de la frecuencia de repetición de pulsos (PRF), que es el número de pulsos transmitidos por segundo. El PRI es un parámetro importante porque es el que nos define la máxima distancia sin ambigüedad a la que puede operar el radar.

Los radares de pulsos emplean la misma antena para transmisión y recepción. Utilizan un dispositivo de conmutación, duplexer, que permite compartir la antena para las dos tareas. El transmisor envía el pulso y durante el tiempo de recepción el receptor está a la espera de recibir algún eco.

Otra consideración al hablar de la máxima distancia del radar es la potencia transmitida. La potencia de pico es la medida del máximo nivel de potencia instantánea transmitida durante el pulso. La potencia y el ancho de pulso son importantes para calcular la energía total en un pulso dado (*Potencia X energía*). Conociendo el ciclo de trabajo y la potencia de pico podemos hallar la potencia media de un transmisor

(Potencia de pico X ciclo de trabajo). Esto se puede ver gráficamente en la figura 18

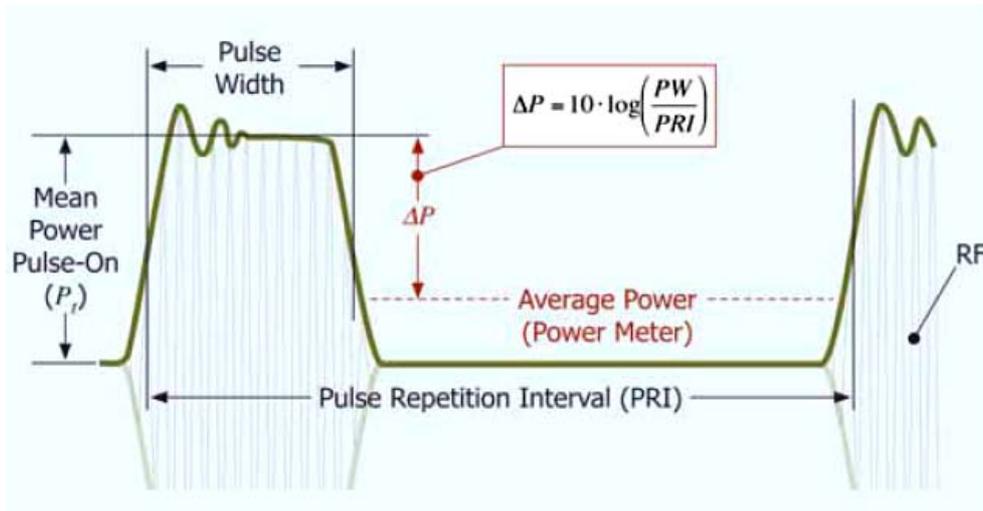


Figura 18

La ecuación radar relaciona la potencia recibida P_r , la potencia transmitida P_t , la ganancia de la antena G_t , el área de la antena A_e , la sección equivalente radar σ y la distancia.

$$P_r = \frac{P_t G_t A_e \sigma}{(4\pi)^2 R^4}$$

La ecuación radar tiene muchas formas dependiendo principalmente de los diferentes tipos de radar y de sus configuraciones.

Con la ecuación radar, se puede calcular el nivel de señal recibido y la potencia necesaria para conseguir ese nivel de recepción. Integrando un mayor número de pulsos podemos conseguir que la señal recibida tenga un nivel mayor y que la distancia de detección sea mayor.

El ancho de pulso es una de las características mas importantes de la señal de radar. Cuanto mas ancho sea el pulso mayor será la energía contenida en él, con lo cual el pulso puede llegar mas lejos. Además un aumento del ancho de pulso consigue una mayor potencia media. La diferencia en decibelios entre la potencia de pico y la potencia media es fácilmente calculable (Figura 18).

El ancho de pulso afecta también a la mínima resolución del radar. Cuando existen varios blancos cercanos, sin la suficiente resolución es

imposible separarlos y determinar el número de blancos que realmente existen. Los pulsos estrechos proporcionan una mayor resolución. Esto se puede ver en la figura 19.

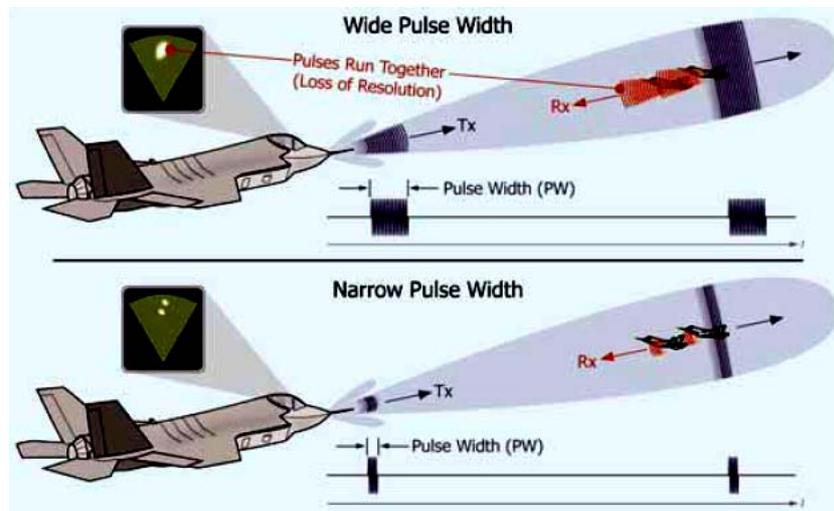


Figura 19

El ancho de pulso por lo tanto afecta a dos de las más importantes capacidades del radar, resolución y distancia de detección, que por otra parte son incompatibles. Mayor ancho de pulso mayor distancia de detección pero menos discriminación en distancia y viceversa. Además un ancho de pulso más estrecho necesita un mayor ancho de banda del receptor para su correcto funcionamiento. De ahí la importancia del estudio del espectro de la señal de radar.

Como ya hemos visto anteriormente (figura 15) las características del dominio del tiempo y de la frecuencia están relacionados. Un pulso estrecho tiene un mayor ancho espectral y un pulso ancho en el tiempo tiene un menor ancho en el espectro. De la misma manera una PRF más alta tiene más distancia entre líneas espectrales.

Una vez vistas brevemente las características del pulso de radar y su efecto en las prestaciones del radar vamos a ver como se puede extraer esta información con el análisis de espectros.

Análisis de la señal de radar

La señal del radar de pulsos se puede presentar en el analizador de dos maneras: modo línea y modo pulso. Vamos a ver ahora como podemos extraer la información de la señal en cada uno de los modos.

Modo línea

La presentación del espectro en modo línea ocurre cuando el ancho de banda de resolución en el analizador es pequeño con relación al desvío entre líneas de frecuencia, $RBW < \frac{1}{T}$. Entonces es posible observar en el espectro las componentes espectrales individuales. Un espectro en modo línea se puede ver en la figura 20.

De este espectro se puede ya sacar inmediatamente la PRF. La diferencia de frecuencia entre dos líneas espectrales nos da el valor de la PRF. Haciendo la inversa de la PRF, podemos entonces conocer el PRI.

Midiendo el ancho del lóbulo principal se puede conocer el ancho de pulso. El ancho del lóbulo principal es $2/\tau$.

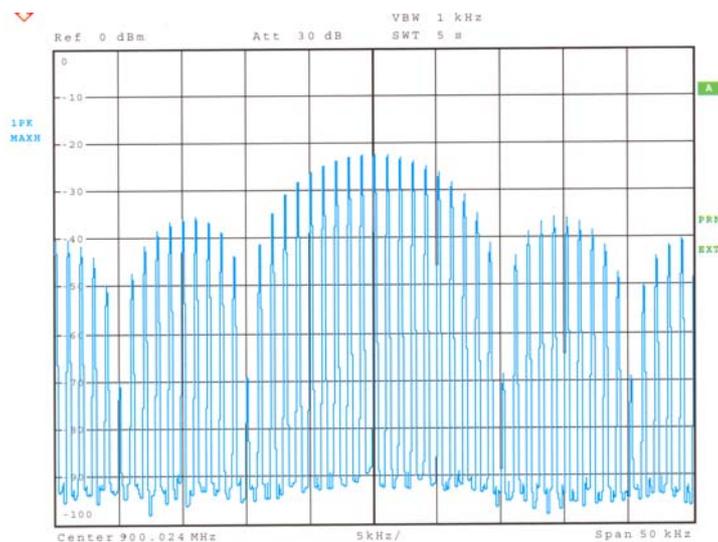


Figura 20

En cuanto a la amplitud de la señal, esta no se puede medir directamente. La amplitud de la frecuencia portadora sin modular siempre es mayor que la de la misma portadora modulada por pulsos. Esto ocurre porque la energía de la señal modulada tiene que repartirse entre todas las líneas espectrales, portadora y lóbulos laterales, con lo cual el máximo de la señal se hace mas pequeño.

Aparece entonces el factor de desintetización del pulso⁶. En el modo línea ese factor de desintetización depende solo del ciclo de trabajo de la señal.

⁶ Este factor aparece indistintamente como α o como PDF.

$$\alpha_L = 20 \log \frac{\tau}{T} = 20 \log(\tau \cdot PRF)$$

Este factor nos da un valor en dB que hay que sumar al valor de amplitud presentado.

En la figura 21 podemos ver una gráfica para calcular el factor de desintetización en modo línea. Esta gráfica da además la relación entre la potencia de pico y la potencia media en dB.

$$\frac{P_{avg}}{P_{peak}} = 10 \log(\tau \cdot PRF)$$

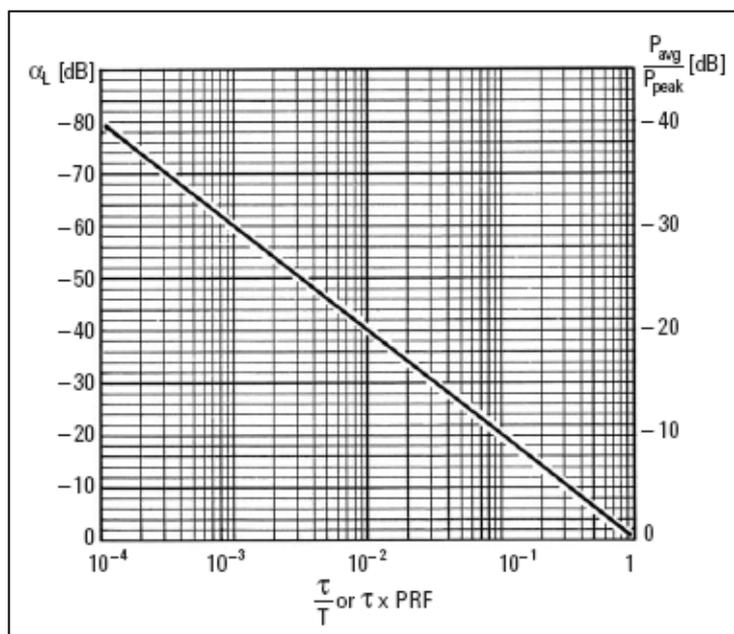


Figura 21

Se recomienda utilizar la presentación logarítmica de la amplitud en el analizador, en vez de la lineal. Como se puede ver en la figura 22, la presentación logarítmica permite una mejor evaluación del espectro de la señal, debido a que se pueden medir mejor los lóbulos laterales de más alto orden.

En la figura 22 se puede ver una portadora sin modular en la primera pantalla. En la segunda se puede ver la señal moduladora en el dominio del tiempo, en la tercera la señal ya modulada en el dominio de la frecuencia con escala de amplitud lineal. En las siguientes pantallas se ve la misma señal cambiando los parámetros de medida

del analizador. Se observará que la amplitud no cambia ya que en modo línea dependía, como hemos visto antes, del ciclo de trabajo.

Si calculamos el valor del factor de desintetización de esta señal veremos que el valor de la señal modulada está 20 dB por debajo del valor de la portadora, como se puede ver en las diferentes pantallas de la figura 22.

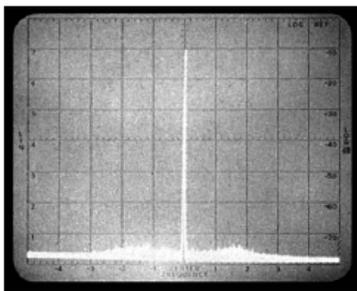


Figure 7. CW signal 50 MHz, -30 dBm, scan width 10 kHz/Div, bandwidth 100 Hz, Log Ref. -20 dBm, 10 dB/Div.

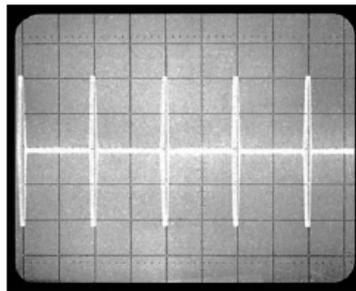


Figure 8. Time domain display of the 50 MHz signal pulse modulated with $\tau_{eff} = 0.1 ms$ and PRF = 1 kHz (0.5 ms/Div).

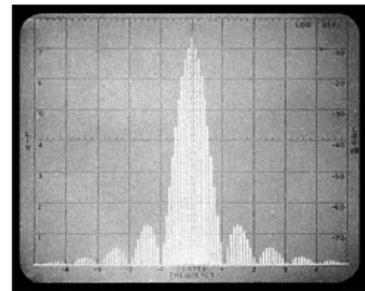


Figure 9. Line spectrum of the pulsed 50 MHz signal. Linear display 100 μV /Div, scan 10 kHz/Div.

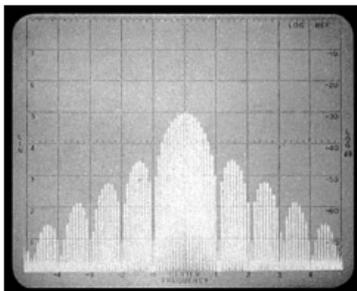


Figure 10. Same spectrum in logarithmic display scan width 10 kHz/Div, bandwidth 100 Hz, Log Ref. -20 dBm, 10 dB/Div.

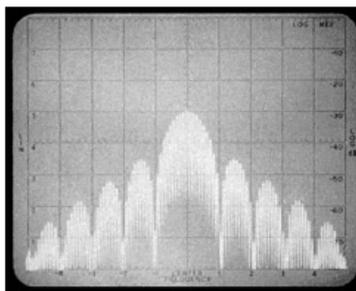


Figure 11. Same spectrum with 300 Hz analyzer bandwidth. Scan width 10 kHz/Div, Log Ref. -20 dBm, 10 dB/Div.

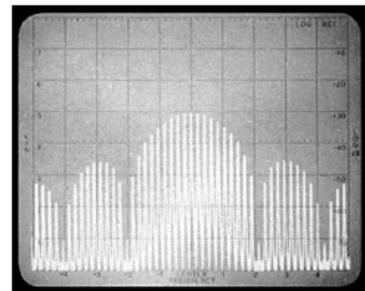


Figure 12. Same signal but scan width changed to 5 kHz/Div. Bandwidth 100 Hz, Log Ref. -20 dBm, 10 dB/Div.

Figura 22

Si variamos el ancho de pulso como se puede ver en la figura 23 vemos que la amplitud de la señal presentada varía, debido a que cambia el factor de desintetización. En este caso sería 26 dB por debajo del nivel de la portadora sin modular.

Modo pulso

La presentación del espectro en modo pulso ocurre cuando el ancho de banda de resolución del analizador es mayor de la distancia entre líneas espectrales, pero mas pequeño que el ancho de un lóbulo lateral.

$$\frac{1}{\tau} > RBW > \frac{1}{T}$$

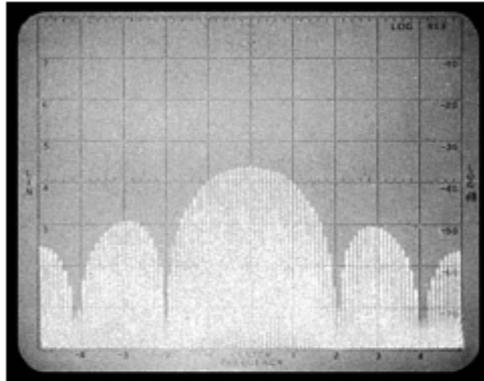


Figure 13. Carrier now modulated with a pulse width of $\tau_{eff} = 0.05 \text{ ms}$ (PRF = 1 kHz), scan width 10 kHz/Div, bandwidth 100 Hz, Log Ref. -20 dBm, 10 dB/Div.

Figura 23

El analizador nos presenta entonces la envolvente de la señal y no es posible distinguir las líneas espectrales contiguas con lo cual para conocer la FRF y el PRI será necesario el análisis en el dominio del tiempo. En la figura 24 se puede ver un espectro en modo pulso. El ancho de pulso se puede medir, al igual que en modo línea, con el ancho del lóbulo principal.

¿Por que utilizar el modo pulso?. En principio la información la podemos extraer igual, aunque necesitemos extraer la PRF en el dominio del tiempo (el analizador en ZERO SPAN presenta la señal en el dominio del tiempo). El resto de los parámetros los podemos sacar de la envolvente.

El modo pulso tiene dos ventajas fundamentales con respecto al modo línea:

- La primera, es que al tener un ancho de banda de resolución mas ancho, la relación señal ruido se incrementa. La amplitud del pulso se incrementa con el ancho de banda de resolución en un factor B y el ruido se incrementa en un factor \sqrt{B} . Por lo tanto el incremento de la relación señal ruido se incrementa en un valor \sqrt{B} .
- Otra ventaja, es que se pueden utilizar velocidades de barrido en el tiempo más rápidas.

El modo pulso está especialmente indicado para anchos de pulso cortos y bajas PRF's.

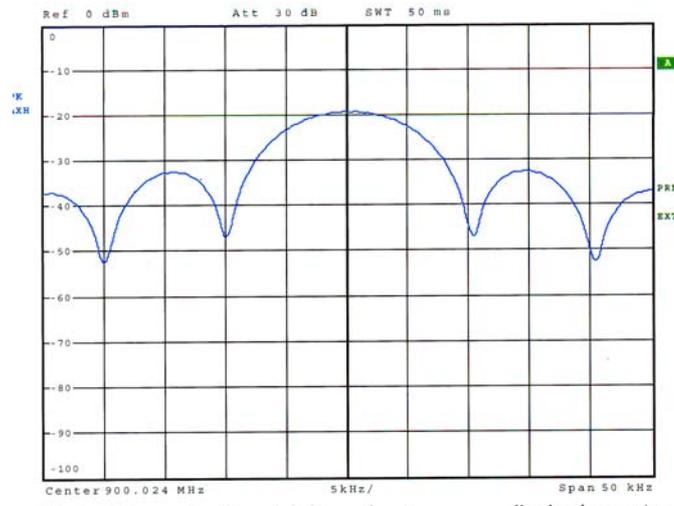


Figura 24

En el modo pulso, la respuesta del analizador al pulso de RF es fundamentalmente la respuesta del amplificador de FI del analizador. Por lo tanto el factor de desintetización en este modo va a depender del ancho de banda del filtro de FI, es decir del ancho de banda de resolución que seleccionemos en el analizador.

El factor de desintetización en modo pulso será:

$$\alpha_p = 20 \log(\tau KB)$$

B es el ancho de banda de resolución y K es un parámetro que depende del tipo de filtro que utilice el analizador. El mas normal es el filtro gaussiano que tiene un valor K=1 y el rectangular que tiene un valor K=1.5. Los analizadores que tenemos en la escuela son gaussianos y tienen el K=1. Se deberá comprobar el tipo de filtro que lleva cada analizador en las especificaciones del equipo.

En la figura 25 podemos ver una gráfica para calcular el factor de desintetización en un espectro en modo pulso. Como en el caso del modo línea, este factor de desintetización habrá que sumarlo al valor de amplitud presentado.

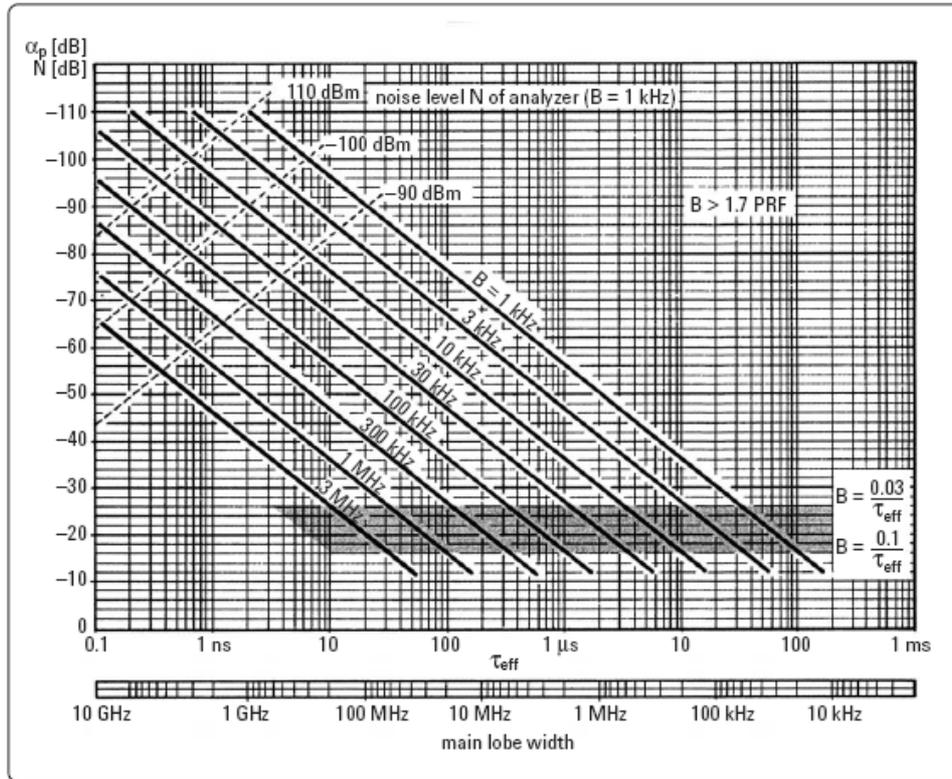
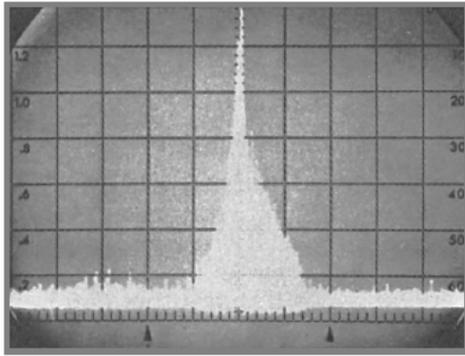


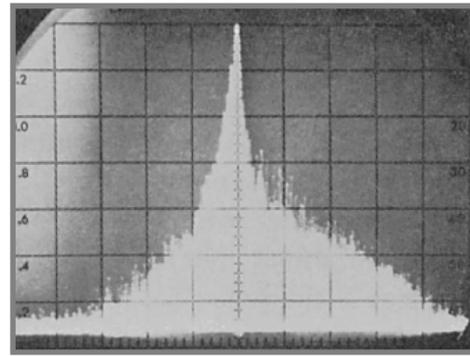
Figura 25

Para finalizar un consejo práctico. Cuando queremos ver las señales reales de radar, como ya se ha dicho anteriormente en este trabajo, los nulos no se distinguen bien y la señal puede salir variando su frecuencia en pantalla. Entonces lo mejor es utilizar los elementos de almacenamiento que tienen los analizadores. Esto nos ayudará a realizar el análisis de la señal de una manera mas fácil y nos dará unos resultados mas fiables.

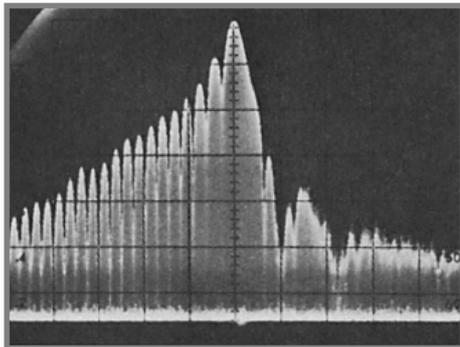
En la figura 26 podemos ver algunas señales reales de radar presentadas en un analizador.



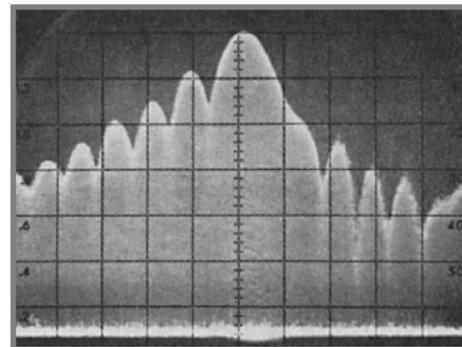
30 MHz/Div



10 MHz/Div



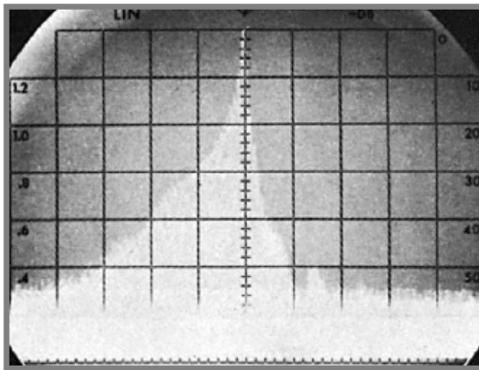
3 MHz/Div



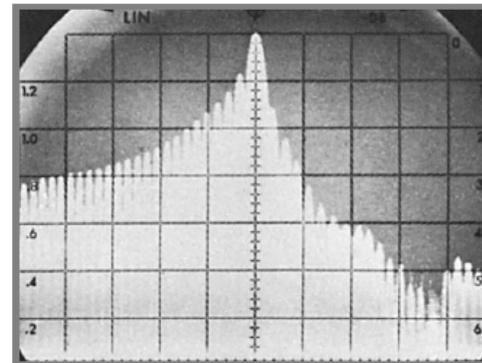
1 MHz/Div

The above is a typical spectrum signature of the fundamental frequencies of an "L" band radar with an approximate 1.0 μ sec

pulse width. The above pictures were made with a 10 kHz bandwidth. Note transients from magnetron along with extreme FM.



L Band Radar 300 pps/4.5 μ sec. 3 MHz/Div spectrum width log display



Same conditions as at left except 1 MHz/Div spectrum width

Figure 26

Conclusiones

En este trabajo se ha pretendido dar una idea mas bien práctica de cómo analizar una señal radar con el analizador de espectros.

El analizador es una herramienta fundamental hoy en día para el electrónico, tanto para el mantenimiento como para la guerra electrónica. La tecnología permitió aumentar los márgenes de frecuencia en estos equipos de medida, con lo cual su uso pasó de ser exclusivo del especialista en comunicaciones a ser también de aplicación para el electrónico. Caracterizar una señal de radar es posible en el dominio del tiempo y de la frecuencia, con lo que esta caracterización es mas completa.

En el trabajo se da una idea del funcionamiento de los analizadores de espectros y unos fundamentos básicos del pulso cuadrado y de la señal del radar de pulsos. Por último se explica cómo extraer las características de la señal con el analizador.

BIBLIOGRAFÍA

- Merril. I. Skolnik. *“Introduction to Radar Systems”*. MacGraw-Hill International Editions. 3ª Ed. 2001
- Christopher Rauscher. *“Fundamentos del análisis de espectros”*. Rodhe Schwarz.2003
- Athanasios Papoulis. *“Sistemas digitales y analógicas, transformadas de Fourier, estimación espectral”*. Marcombo Boixareu Editores. 1985
- Diferentes “Application Notes” de Tektronix, Agilent Technologies y Rhode Schwarz.



**Escuela de Especialidades
"Antonio de Escaño"**

Análisis de señales de radar utilizando las Transformadas Tiempo-Frecuencia

**AN. Antonio Valles Castro
Dpto. Operaciones. Electrónica**

avallesc@fn.mde.es

INTRODUCCIÓN

El análisis por transformadas es una técnica que se utiliza en el proceso de la señal para simplificar el cálculo. El ejemplo mas antiguo de una transformada son los logaritmos. Por ejemplo, si queremos dividir dos números grandes, podemos convertirlos en logaritmos y entonces realizando una resta obtenemos el resultado una vez hallado el antilogaritmo. Aunque pueda parecer lo contrario esta operación con logaritmos, realizada en tres pasos, es mas sencilla que la operación de la división.

Desde principios del siglo diecinueve, la Transformada de Fourier se ha convertido en la herramienta mas utilizada para el analisis de la señal en muchas disciplinas de la ciencia y la ingeniería. La idea básica de la Transformada de Fourier¹, como sabemos, es la descomposición de una señal, en el dominio del tiempo, en una serie de señales senoidales de diferentes frecuencias. La proyección de estos valores de señal senoidal (cada uno de una frecuencia diferente) nos da el espectro en frecuencia de la señal.

Mientras que la transformada de Fourier es muy útil para las señales estacionarias, muchas de las señales que podemos encontrar en el mundo real cambian de frecuencia con el tiempo. Un ejemplo típico de este tipo de señales es la música, que como sabemos esta compuesta de señales acusticas de diferentes frecuencias que cambian para las diferentes notas. En radar tenemos, por ejemplo, las señales pulsadas con modulación intrapulso en frecuencia (Chirp).

Las transformadas tiempo frecuencia se desarrollaron para caracterizar el contenido de las señales con frecuencia variable en el tiempo. Se han desarrollado muchas transformadas para diferentes aplicaciones. Estas transformadas se dividen en dos clases principales:

- Transformadas tiempo frecuencia lineales
- Transformadas tiempo frecuencia cuadráticas o bilineales

Hay una gran cantidad de transformadas que pertenecen a la primera clase. Las mas conocidas son la STFT (Short Time Fourier

¹ El cálculo de la Transformada de Fourier ha sido ampliamente expuesto en un artículo publicado en el número anterior de la revista .

Transform), la CWT (Continuous Wavelet Transform) y la “Adaptative Time-Frequency Representation”.

A la segunda clase pertenecen entre otras la WVD (Wigner-Ville Distribution) y la TFDS (Time Frequency Distribution Series).

En este artículo vamos a repasar los fundamentos teóricos de algunas de las transformadas lineales y veremos algunas de sus aplicaciones dentro del campo del análisis y proceso de la señal radar.

TRANSFORMADAS LINEALES

Vamos a comenzar el estudio de las transformadas repasando la transformada de Fourier, tan ampliamente utilizada.

Transformada de Fourier

Como ya sabemos la transformada de Fourier de una señal viene definida por la expresión

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j\omega t} dt$$

donde $\omega = 2\pi f$ es la frecuencia angular.

La transformada inversa viene dada por la expresión

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)e^{j\omega t} d\omega$$

Una propiedad muy interesante del par de transformadas, y que será de aplicación en este artículo es el “*principio de incertidumbre*”.

Este principio nos dice que la duración en el dominio del tiempo de la señal $s(t)$ y el ancho de banda en frecuencia de $S(\omega)$ están relacionados por la expresión²

² En el caso de señales gaussianas la desigualdad se convierte en igualdad. $\Delta t \cdot \Delta \omega = \frac{1}{2}$

$$\Delta t \cdot \Delta \omega \geq \frac{1}{2}$$

Estos valores vienen definidos por

$$\Delta_t = \left[\frac{\int_{-\infty}^{\infty} (t - \mu_t)^2 |s(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt} \right]^{1/2} \quad \Delta_\omega = \left[\frac{\int_{-\infty}^{\infty} (\omega - \mu_\omega)^2 |S(\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega} \right]^{1/2}$$

Y el tiempo medio μ_t y la frecuencia media μ_ω se definen como

$$\mu_t = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} t |s(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt} \quad \mu_\omega = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega |S(\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega}$$

Por lo tanto una mayor duración en tiempo de la señal nos dará un menor ancho de banda de la señal y viceversa.

Cuando utilizamos la Transformada de Fourier para estimar el espectro de la señal, asumimos que el contenido en frecuencia de la señal es relativamente estable durante el período de observación de la señal. Si el contenido en frecuencia cambia con el tiempo no se puede observar la ley de variación de esa frecuencia con respecto al tiempo.

La razón es que la transformada de Fourier descompone la señal en componentes senoidales que son de duración infinita en el tiempo. El espectro en frecuencia se puede utilizar para representar las

componentes en frecuencia de la señal pero no para representar las variaciones de la señal en tiempo real.

En los siguientes párrafos veremos algunas de las transformadas lineales tiempo frecuencia. Estas se pueden considerar la generalización de la transformada de Fourier con otros tipos de componentes básicos (no senoidales) que reflejan mejor las naturalezas de la variación en el tiempo del espectro en frecuencias de la señal.

WFT (Windowed Fourier Transform)

La transformada de Fourier es continua por lo que debemos utilizar una WFT para analizar señales no periódicas. Como se puede ver en la figura 1, la señal se divide en el dominio del tiempo en segmentos y en cada uno de ellos se analiza su contenido en frecuencia.

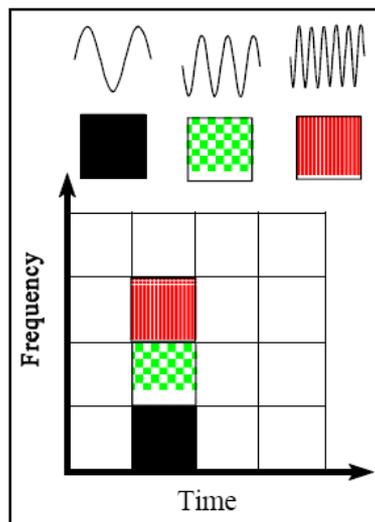


Figura 1

Si la señal tiene transiciones agudas, la entrada debe ser aplicada a una función de enventanado para que converja a cero en los extremos de los segmentos.

Debido a que se utiliza una ventana simple para todas las frecuencias en la WFT, resolución del análisis es la misma (igualmente espaciados) para todas las localizaciones en el plano tiempo frecuencia.

A continuación vamos a estudiar un tipo de WFT muy utilizado: la STFT.

STFT (Short-Time Fourier transform)

La forma mas utilizada para el análisis de señales con frecuencia variable en el tiempo es la división en segmentos de la señal en el dominio del tiempo y realizar la transformada de Fourier de cada segmento. Esta operación se conoce como la STFT. En realidad la idea básica de la STFT es una transformada de Fourier de ventana movil. La ventana se mueve sobre todo el dominio del tiempo y el estudio del contenido en frecuencia de esa señal genera un gráfico en dos dimensiones llamado “espectrograma”.

Matematicamente la operación de la STFT se define como:

$$STFT(t, \omega) = \int s(t')w(t'-t)e^{-j\omega t'} dt'$$

Esta operación se diferencia de la transformada de Fourier en la presencia de la función de ventana $w(t)$. Como se puede ver en la expresión la ventana es movil en el tiempo $w(t'-t)$. Como hemos dicho anteriormente la STFT se genera realizando la transformada de Fourier de pequeños segmentos de tiempo de la función original $s(t')$.

Otra manera de interpretar la STFT, es la proyección de la función $s(t')$ en un conjunto de componentes básicas $w^*(t'-t)e^{j\omega t}$ teniendo como parámetros t y ω . Puesto que las componentes son finitas, es posible monitorizar como varía el espectro de la señal en función del tiempo. Esto se consigue con la translación de la ventana como una función del tiempo, resultando, como hemos dicho antes, una representación tiempo-frecuencia en dos dimensiones $STFT(t, \omega)$. La magnitud de la señal $|STFT(t, \omega)|$ se llama espectrograma de la señal. Nos muestra como varía la el espectro en frecuencia de la señal en función del tiempo. En la figura 2 podemos ver una representación de la STFT.

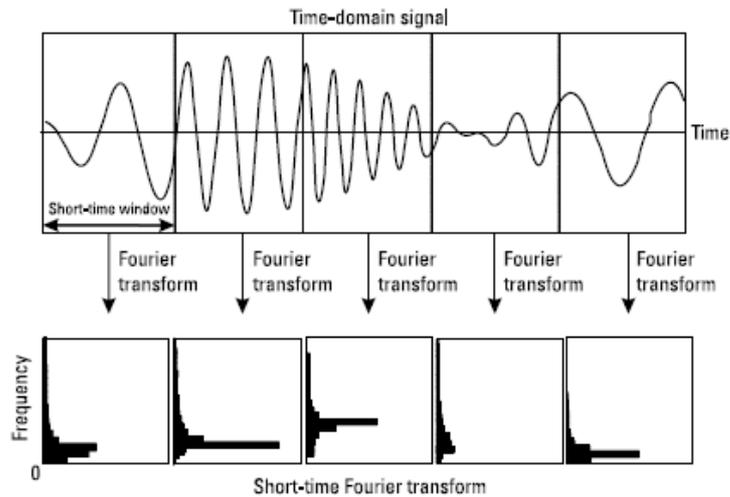


Figura 2

La STFT se puede definir también por la expresión

$$STFT(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} e^{-j\omega t} \int S(\omega') W(\omega - \omega') e^{j\omega' t} d\omega'$$

En esta expresión $W(\omega' - \omega)$ es la transformada de Fourier de la ventana móvil.

A la vista de la STFT debemos hacer las siguientes consideraciones:

- Los componentes de señal con duración mas corta que la de la ventana tienden a oscurecerse. En otras palabras, la resolución en el dominio del tiempo esta limitada por el ancho de la ventana $w(t)$. De manera similar, la resolución en el dominio de la frecuencia esta limitado por el ancho de la ventana $W(\omega)$.
- El ancho de la ventana en el tiempo y en la frecuencia son inversamente proporcionales de acuerdo con el principio de incertidumbre. Por lo tanto una buena resolución en el tiempo (pequeña ventana en el tiempo) implica una pobre resolución en la frecuencia (gran ventana en frecuencia). A la inversa, una buena resolución en frecuencia implica una pobre resolución en el tiempo.
- El ancho de la ventana en cada dominio permanece fijo cuando este es trasladado. El resultado es una resolución fija en todo el plano tiempo frecuencia. En la figura 3 se

pueden ver las componentes básicas de la STFT y las células de resolución fijas resultantes en el plano tiempo frecuencia.

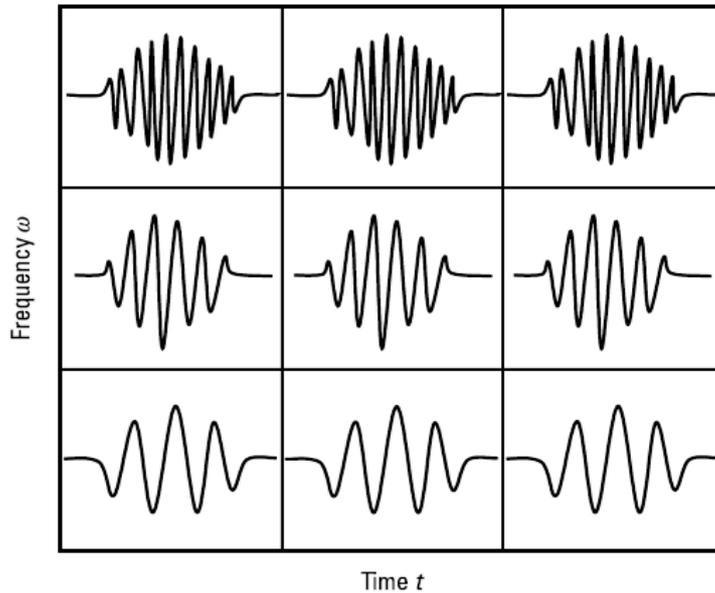


Figura 3

Hasta ahora, no hemos hablado de la forma de la función de enventanado. En general para reducir las interferencias por lóbulos laterales en el espectrograma, la función de enventanado debe tener la caída lo mas vertical posible. Podemos utilizar diferentes funciones como por ejemplo Hamming, Hanning, Kaiser-Bessel o Gaussiana.

Una STFT que utiliza una función de enventanado Gaussiana, se conoce a menudo por *“Transformada de Gabor”*.

Si tenemos una función de enventanado en el tiempo gaussiana

$$w(t) = \frac{1}{\pi^{1/2} \sqrt{\sigma}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$$

y su correspondiente ventana en frecuencia

$$W(\omega) = (2\sigma)^{1/2} \pi^{1/4} e^{-\frac{\sigma^2 \omega^2}{2}}$$

Del principio de incertidumbre visto anteriormente tenemos que $\mu_t = 0$ y $\mu_\omega = 0$. Por lo tanto $\Delta_t = \frac{\sigma}{\sqrt{2}}$ y $\Delta_\omega = \frac{1}{\sigma\sqrt{2}}$. Queda entonces que

$$\Delta t \cdot \Delta \omega = \frac{1}{2}$$

Vemos entonces que se cumple el principio de incertidumbre para una función de enventanado gaussiana. La función gaussiana es la que consigue un mejor producto tiempo frecuencia de todas las funciones posibles.

En la figura 4 podemos ver un ejemplo de una señal que contiene cuatro señales senoidales finitas y no solapadas. En la a) podemos ver las señales en el dominio del tiempo, el la b) vemos su espectro en frecuencia. Como se puede observar, aunque las componentes de frecuencia de las señales se pueden ver bien, la información de su duración en el tiempo no se puede ver en el dominio de la frecuencia.

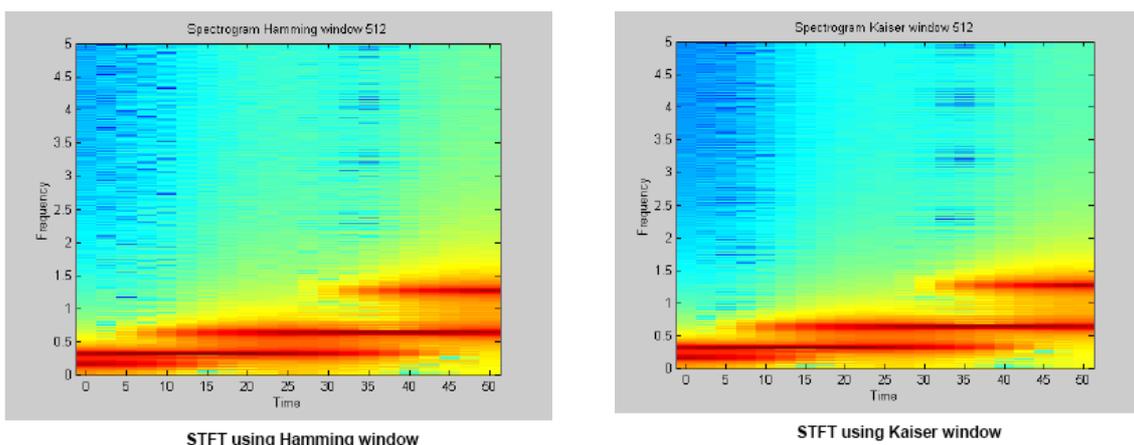


Figura 4

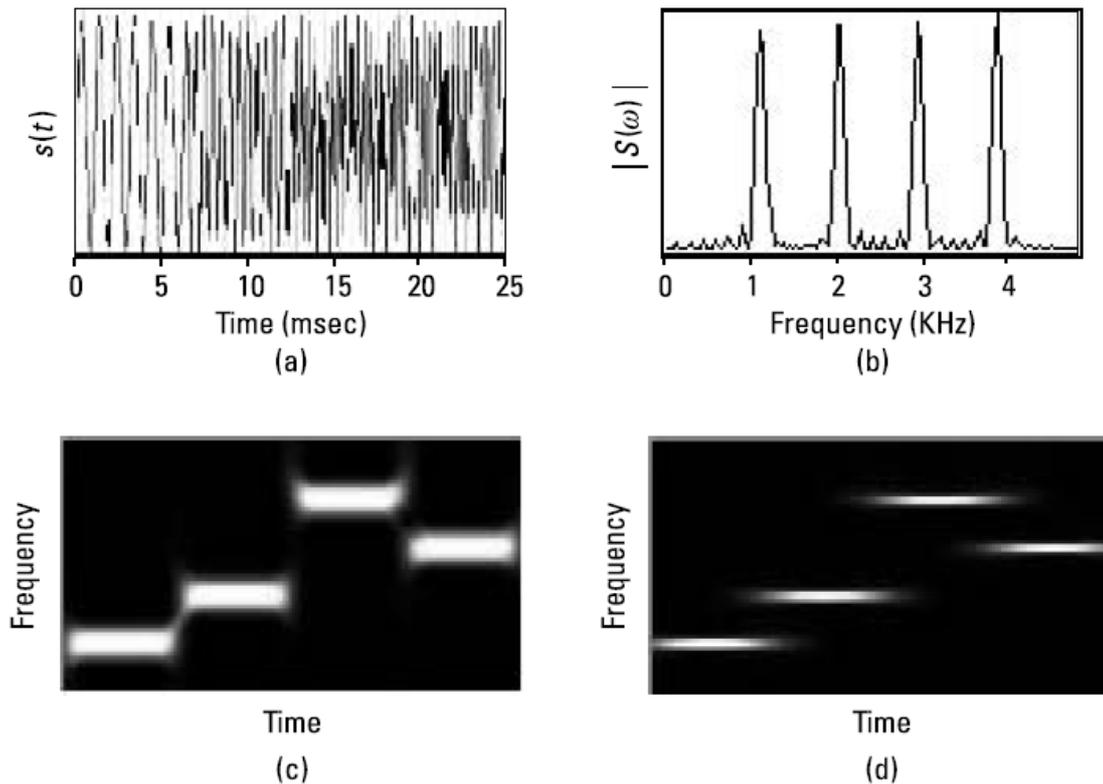


Figura 5

En c) se puede ver el espectrograma de la STFT de la señal realizada con una ventana Hanning de 32 puntos. Se muestran las cuatro componentes en frecuencia y su duración en el tiempo.

Por último en d) se muestra la STFT realizada con una ventana Hanning de 128 puntos. Como era de esperar, un mayor ancho en el tiempo de la ventana nos da una mejor resolución en frecuencia (observese las líneas mas finas) pero por el contrario una peor resolución en el tiempo³.

En la figura 5 vemos una simulación realizada con el programa MATHLAB con distintas funciones de enventanado

CONTINUOUS WAVELET TRANSFORM (CWT)

El espectrograma generado por la STFT, como hemos visto anteriormente, está limitado en resolución por el ancho de la ventana móvil. Al contrario que la resolución fija de la STFT, la CWT nos da una representación tiempo frecuencia capaz de

³ Estos resultados se han obtenido utilizando una versión de demostración del Joint Time-Frequency Analyzer desarrollado por la National Instruments Corporation

conseguir resolución variable en uno de los dominios (tiempo o frecuencia) y multiresolución en el otro dominio.

La CWT fue creada en el año 1984 por un grupo de científicos encabezados por P. Goupillaud, A. Grossman y J. Morlet. La creación de la teoría de las wavelet dio lugar al desarrollo de muchas aplicaciones en el proceso de señal. Las mas conocidas son multiresolución en el proceso de la señal, codificación sub-banda y expansión de las series de wavelet.

La transformada wavelet es una mejora de la transformada de Fourier y como esta última la podemos dividir en dos clases: Transformada wavelet continua y transformada wavelet discreta.

Una wavelet es una forma de onda de duración finita en el tiempo. La diferencia básica con respecto a una forma de onda senoidal es que las wavelet son funciones asimétricas e irregulares.

La idea básica del análisis con wavelet es la descomposición de la señal en funciones llamadas "*Mother Wavelet*" (MW). Una condición fundamental de las MW es la "*condición de admisibilidad*". Esta condición debe cumplirse para que pueda existir la transformada inversa. La MW debe cumplir la siguiente condición

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty$$

donde $\Psi(\omega)$ es la Transformada de Fourier de la MW. Para que se cumpla la condición de admisibilidad la MW no debe tener componente de continua.

Existen muchos tipos de MW utilizados para diferentes aplicaciones. En la figura 6 podemos ver algunas de ellas. La MW mas simple es la Harr. Es una función discontinua parecida a una función escalón. También es conocida como la Daubechies db1.

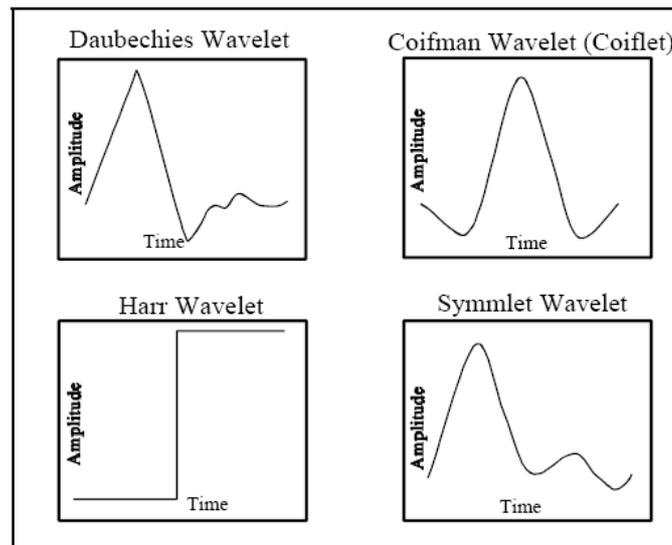


Figura 6

La mas utilizadas y conocidas son las Daubechies. Esta familia de MW tiene diez tipos que van del db1 a db10. Como se dijo anteriormente la db1 es la Harr. Otra de las familias mas utilizads son las Coiflets, que van de coif1 a coif5. Por último tenemos las Symmlets que son una modificación de la familia Daubechies que van de la sym1 a la sym8.

Como se puede ver existen muchos tipos de MW utilizados para diferentes aplicaciones.

La principal característica de las transformadas wavelet es un nuevo término llamado “escala” que presenta la frecuencia. De acuerdo con esto en una transformada wavelet introducimos la representación “tiempo escala” en un diagrama llamado escalograma.

La CWT de una señal $s(t)$ se define como

$$CWT(t, \omega) = \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{1/2} \int s(t') \psi * \left(\frac{\omega}{\omega_0} (t' - t) \right) dt'$$

$\psi(\cdot)$ es la Mother Wavelet. La relación (ω/ω_0) es el parámetro “escala”. La representación en dos dimensiones se llama escalograma. Asumimos que la MW esta centrada en un tiempo cero y oscila a la frecuencia ω_0 .

Interpretamos esta expresión como la descomposición de la señal $s(t')$ en una familia de wavelet desplazadas y dilatadas en el tiempo $\psi[(\omega/\omega_0)(t-t')]$. La función wavelet básica $\psi[(\omega/\omega_0)(t-t')]$ tiene un ancho variable de acuerdo al los valores de ω en cada tiempo t . La función $\psi[(\omega/\omega_0)(t-t')]$ es ancha para pequeños valores de ω y estrecha para grandes valores de ω . Desplazando $\psi(t')$ a un valor fijo de ω , podemos hallar el parámetro de escala para el tiempo de respuesta de $s(t')$. Alternativamente, dilatando $\psi(t')$ a un valor fijo de t , todos los eventos multiescala de $s(t')$ en t pueden ser analizados de acuerdo con el parámetro de escala (ω/ω_0) . Esta es la propiedad de multiresolución de la CWT que permite, al contrario de la STFT, analizar señales multiescala.

La CWT también puede expresarse hallando la transformada inversa de Fourier $S(\omega)$ de $s(t)$. Si comparamos esta expresión con la de la STFT, podemos ver que $\psi^*(\omega')$ es similar a la función de enventanado en frecuencia $W(\omega')$ en la transformada de Fourier de ventana móvil. La función $\psi(\omega')$ debe satisfacer la condición de admisibilidad. Para satisfacer esta condición podemos ver $\psi(\omega')$ como una función de enventanado desplazada y centrada en la frecuencia ω_0 . Cambiando ω , $\psi[(\omega_0/\omega)\omega']$ es desplazada a ω' y el ancho de la ventana expandido un factor (ω/ω_0) . La relación entre el ancho y el centro de la ventana permanece fijo para todos los valores de ω . Esto es una propiedad de la transformada wavelet al contrario de la STFT, donde el ancho ventana no cambia.

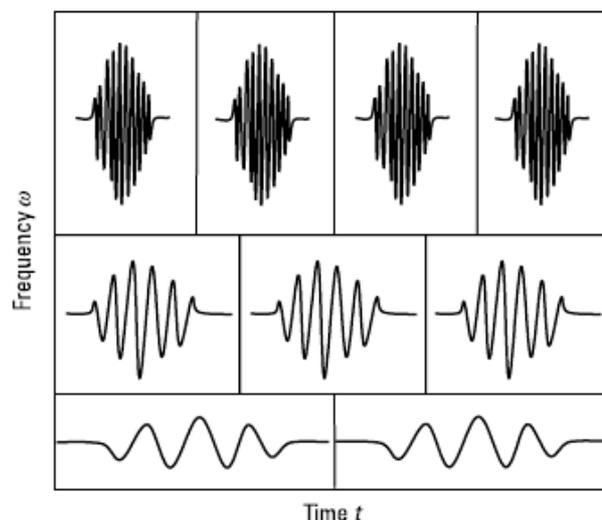


Figura 7

En la figura 7 podemos ver el plano tiempo frecuencia con sus células de resolución resultantes de aplicar la CWT. Como podemos observar, tanto al STFT como la CWT se pueden interpretar como la descomposición de la señal $s(t')$ en una serie de componentes básicos que determinan las propiedades de la transformada. La STFT y la CWT utilizan componentes finitas al contrario que la Transformada de Fourier que descompone la señal en componentes de duración infinita.

En la figura podemos observar que el ancho de las celdas varía de acuerdo con la frecuencia consiguiendo una resolución variable en el plano tiempo frecuencia.

En la figura 8 vemos una simulación de escalogramas realizada con el programa MATHLAB con distintas “mother wavelet”

Adaptative Time-Frequency Representation

Como hemos visto hasta ahora con la transformada wavelet se consigue una resolución variable en el plano tiempo frecuencia. Sin embargo a veces es necesario una mayor flexibilidad en la resolución para acomodar los componentes de la señal a diferentes resoluciones.

Existen varias representaciones adaptativas con respecto a la señal en el dominio tiempo frecuencia. La mas conocida es la representación adaptativa gaussiana.

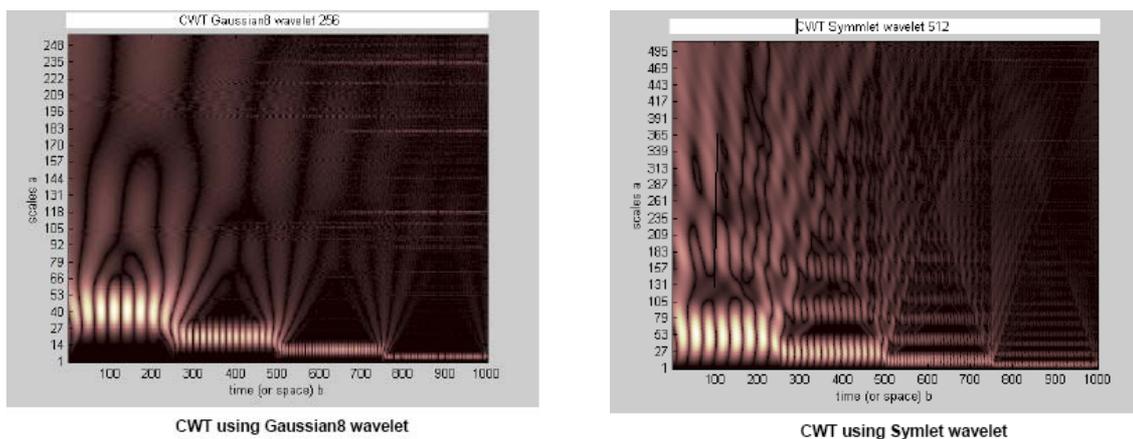


Figura 8

El ADS (Espectrograma adaptativo gaussiano) que vamos a ver a continuación utiliza funciones adaptativas gaussianas normalizadas

para representar la señal. En este algoritmo, la resolución en el tiempo y en la frecuencia y los puntos centrales tiempo frecuencia son ajustados para conseguir la mejor adaptación de la señal en cada momento.

El objetivo de este método es expandir una señal $s(t)$ en términos de funciones gaussianas normalizadas⁴ $h_p(t)$ con una desviación típica ajustable σ_p y un punto central tiempo frecuencia (t_p, ω_p) de acuerdo con la siguiente expresión

$$s(t) = \sum_{p=1}^{\infty} B_p h_p(t)$$

donde

$$h_p(t) = (\pi\sigma_p^2)^{-1/4} e^{-\frac{(t-t_p)^2}{2\sigma_p^2}} e^{j\omega_p t}$$

Las componentes moduladas gaussianas también tienen su forma en el dominio de la frecuencia

$$H_p(\omega) = (\pi(1/2\pi\sigma_p)^2)^{-1/4} e^{-\frac{(\omega-\omega_p)^2}{2(1/\sigma_p)^2}} e^{-j(\omega-\omega_p)t_p}$$

Como se puede ver esta expresión es la transformada de Fourier de la anterior.

Por lo tanto, como se puede ver en la figura 9, la expansión de las componentes básicas en tiempo frecuencia vienen dadas por σ_p y $(1/\sigma_p)$ respectivamente. En la figura se ve la representación de una señal con componentes básicas gaussianas centradas en (t_p, ω_p) y con una desviación típica σ_p .

⁴ Las componentes básicas en este algoritmo son funciones gaussianas normalizadas

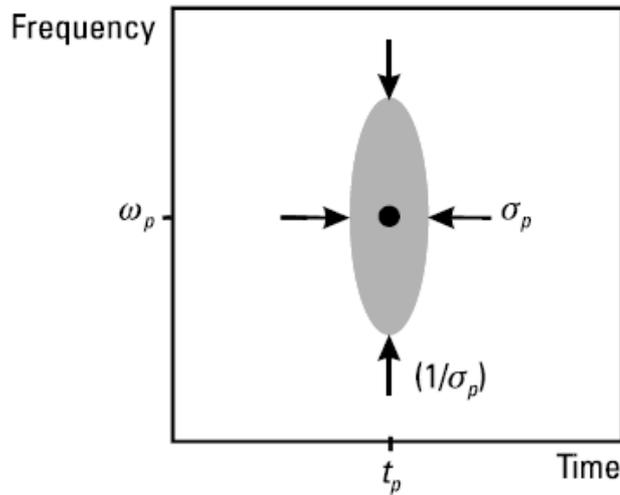


Figura 9

Los coeficientes B_p se calculan una vez por cada procedimiento iterativo. Comenzamos con el paso $p=1$ y escogemos los parámetros σ_p , t_p y ω_p de manera que $h_p(t)$ sea el componente con máxima proyección sobre la señal.

$$B_p = \max_{\sigma_p, t_p, \omega_p} \int s_{p-1}(t) h_p^*(t) dt$$

Este procedimiento se repite para generar los coeficientes necesarios para representar con exactitud la señal original.

La mayor dificultad para la implementación de este algoritmo es la determinación de la función elemental óptima en cada paso. Una estrategia de implementación es comenzar con una gran σ_p y recorrer la señal en frecuencia para encontrar un pico. Entonces dividimos σ_p por dos y hallamos un nuevo pico. Este procedimiento lo repetimos hasta que la desviación típica es lo suficientemente pequeña. Entonces seleccionamos el pico más alto. Esta estrategia la podemos ver en la figura 10

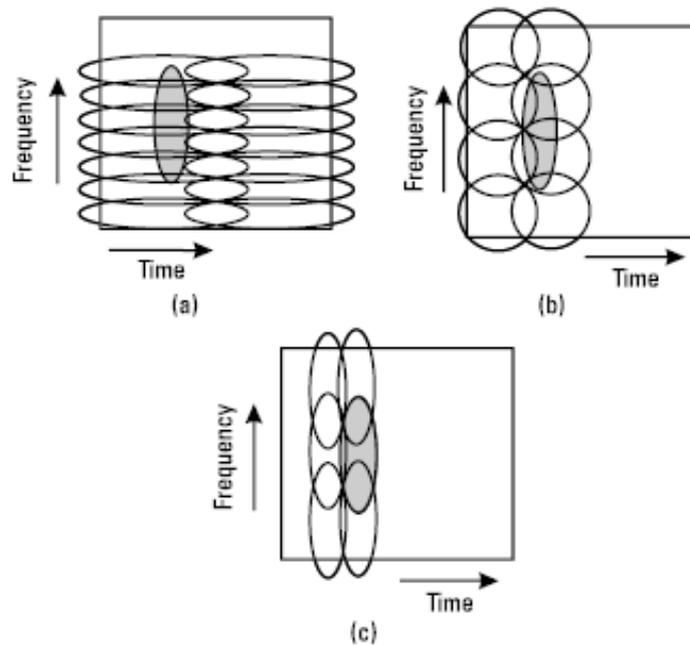


Illustration of the search strategy for the adaptive Gaussian representation: (1) start with large σ basis and locate the time-frequency position of the peak; (2) divide σ and the search region by two and repeat the search; and (3) repeat this procedure until the highest peak is found. (Source: [11] © 1997 IEEE.)

Figura 10

El resultado de aplicar la extracción gaussiana adaptativa, es decir lo anteriormente estudiado, puede ser representado en el plano tiempo frecuencia utilizando el ADS (Espectrograma adaptativo)

$$ADS(t, \omega) = 2 \sum_p |B_p|^2 e^{-\frac{(t-t_p)^2}{\sigma_p^2} - \sigma_p^2 (\omega - \omega_p)^2}$$

Por último, se puede demostrar que la energía contenida en el ADS es idéntica a la energía contenida en la señal.

En la figura 11 se puede ver el ADS de la señal de prueba de la figura 4 a)

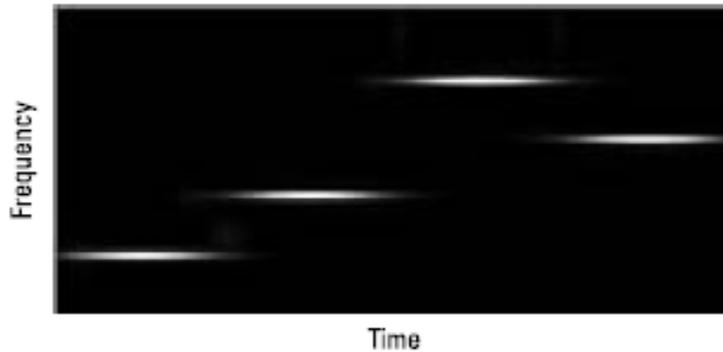


Figura 11

APLICACIONES DE LAS TRANSFORMADAS TIEMPO FRECUENCIA

Una vez hemos repasado la teoría de las transformadas tiempo frecuencia veremos algunas de las aplicaciones de estas transformadas en el campo del análisis y proceso de la señal del radar.

Radar de Apertura Sintética Inversa (ISAR)

Un radar de apertura sintética inversa (ISAR) utiliza los movimientos del blanco, para generar una imagen del blanco el plano Doppler-distancia.

En la figura 12 se puede ver un diagrama de bloques de un radar ISAR con compresión de pulsos Stepped-Frequency con proceso de señal convencional.

Como ya sabemos un radar ISAR Stepped-Frequency transmite una secuencia de N trenes de pulsos. Cada tren de pulsos consta a su vez de M pulsos de diferentes frecuencias, con un ancho de banda estrecho. El centro de las frecuencias de los sucesivos M pulsos se incrementan en pasos constantes.

Cuando el blanco tiene movimiento tanto transversal como rotacional, las frecuencias recibidas de los trenes de pulsos se pasan al dominio del tiempo. Tenemos entonces una historia en el tiempo de la reflectividad del blanco a frecuencias discretas. Tomando una IDFT de M pulsos de cada frecuencia recibida se hallaran N perfiles de distancia que contienen M células de distancia. Si hacemos la DFT de esa historia en el tiempo nos da un

espectro Doppler de N puntos. Finalmente combinando el espectro Doppler y las M células de distancia tendremos una imagen ISAR de MxN.

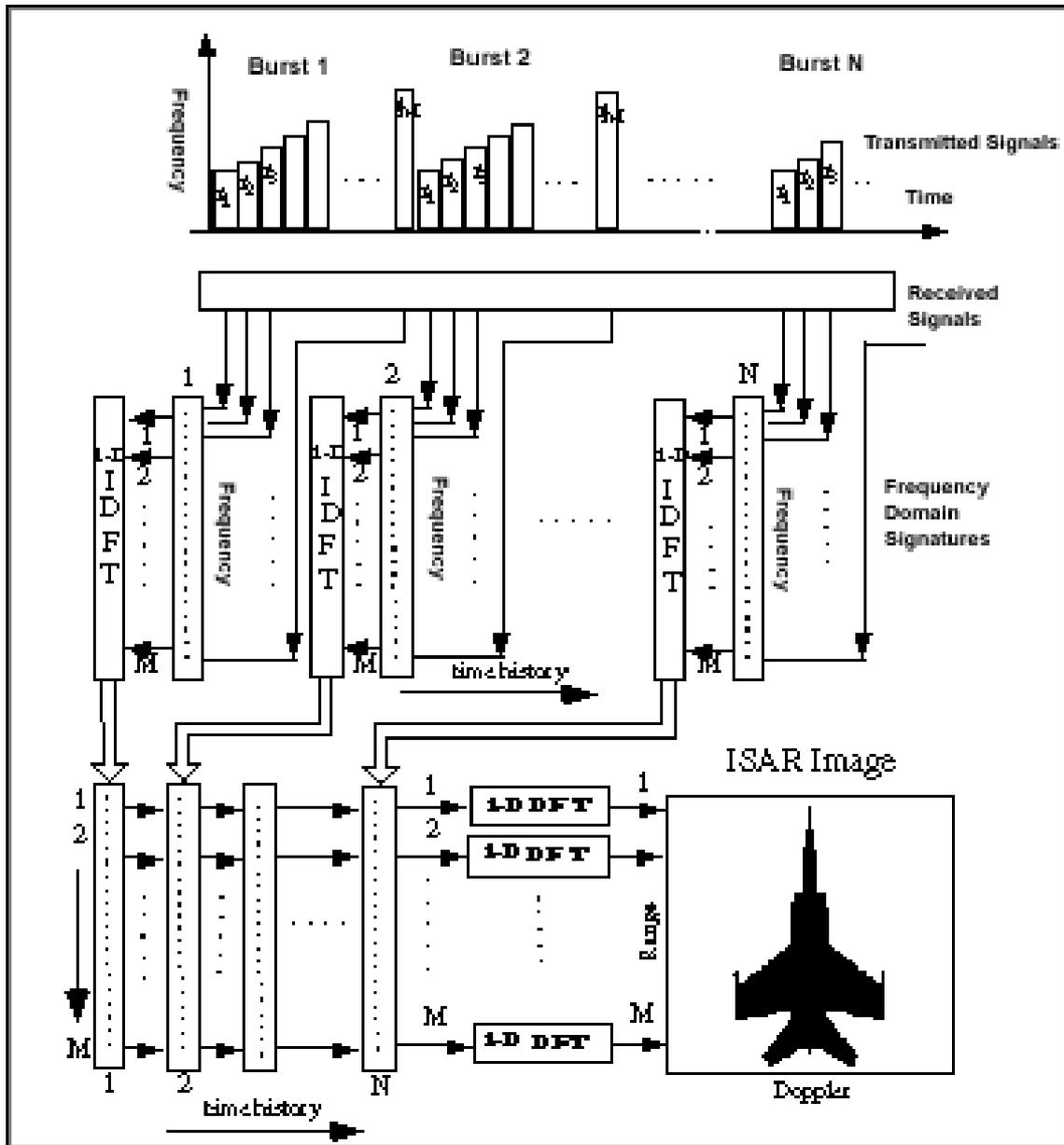


Figura 12

La resolución en distancia viene dado por el ancho de banda del tren de pulsos (M veces el incremento de frecuencia de un paso). La frecuencia Doppler (o resolución angular) esta determinada por el tiempo de observación (número de trenes de pulsos transmitidos N).

Para utilizar la DFT para el cálculo de la frecuencia Doppler es necesario asumir que la frecuencia Doppler es constante en el tiempo. Evidentemente esto es falso, la frecuencia Doppler varía en función del movimiento del blanco. La consecuencia de ello es que utilizando la DFT la imagen sale borrosa.

La solución a este problema pasa por utilizar las transformadas tiempo frecuencia en la formación de imágenes del radar ISAR. En la figura 13 se puede ver un sistema de estas características.

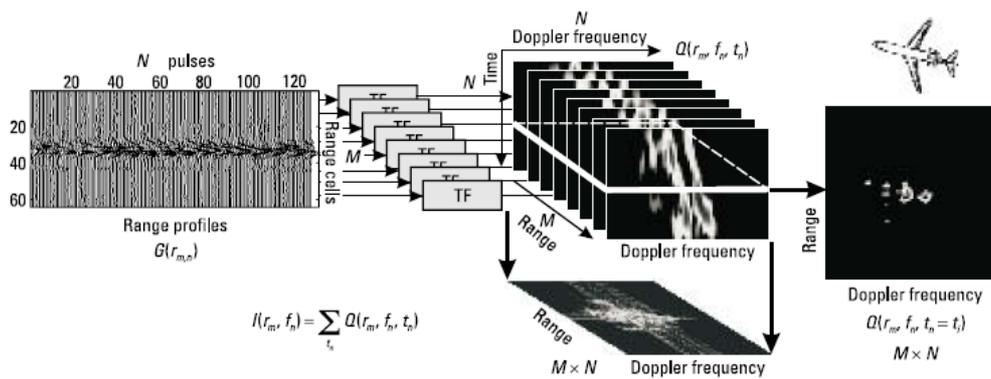


Figura 13

En la figura 14 se puede ver la mejora de la imagen utilizando un sistema basado en la transformada tiempo frecuencia. Mientras que en la imagen obtenida utilizando al DFT (derecha) está borrosa debido a la rotación del avión, la imagen basada en la transformada tiempo frecuencia está mucho mas clara.

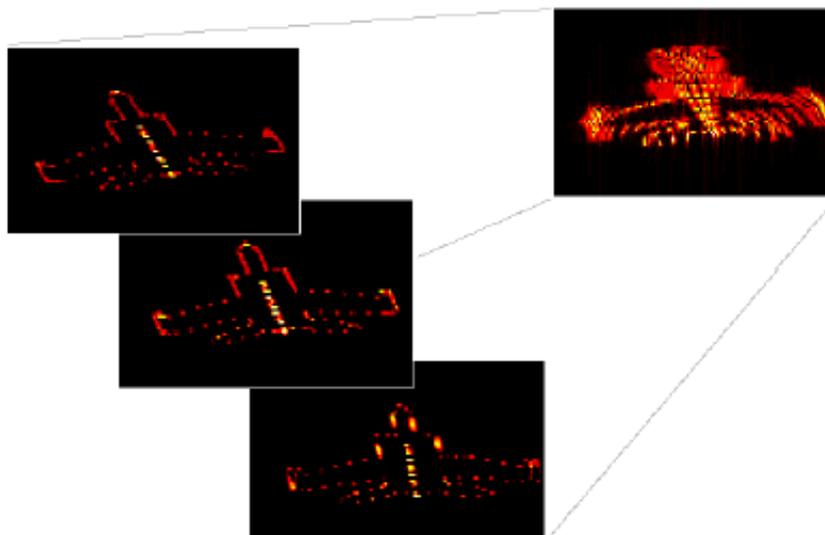


Figura 14

Es importante destacar que la única diferencia entre el ISAR convencional y el nuevo ISAR es que la transformada tiempo frecuencia sustituye a la DFT.

Receptores digitales basados en técnicas tiempo frecuencia

En Guerra electrónica las técnicas de detección y clasificación de señales son vitales.

El entorno al que se enfrentan dichas técnicas es complejo: desconocimiento de los parámetros de la señal a detectar, baja relaciones señal ruido, señales LPI. Esto hace cada vez mas necesario la utilización de técnicas digitales de análisis en tiempo frecuencia. A continuación vamos a ver las características de un receptor basado en la utilización de la STFT.

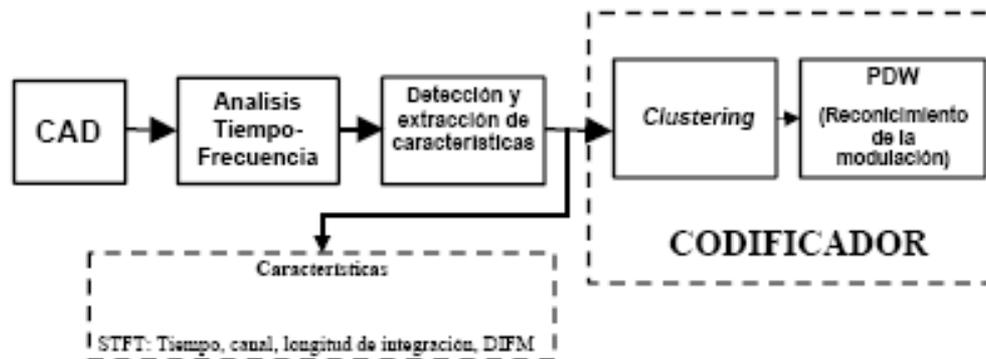


Figura 15

En la figura 15 se puede ver la arquitectura global del sistema. En el se aprecian dos módulos diferenciados. La primera, una etapa de detección y la segunda un codificador. A la salida de este último, que incluye un Clasificación de modulaciones automático se obtienen una o varias palabras descriptoras de pulso (PWD) que contienen información acerca del TOA, ancho de pulso (PW), amplitud de pulso, frecuencia y modulación de cada señal presente en el bloque de trazas.

Para las señales tipo LFM (modulación lineal de frecuencia) la PWD incluye un campo para la pendiente de modulación. Por último la etapa “Clustering” agrupa todos los vectores de características que puede generar una sola señal de forma que cada PWD corresponda a una sola señal.

En la figura 16 se puede ver el esquema del receptor. Como hemos visto anteriormente la STFT es una de las técnicas de análisis tiempo frecuencia mas utilizadas en la actualidad. El receptor que estamos presentando utiliza además integración no coherente para mejorar la sensibilidad y un DIFM (Digital Instantaneous Frequency Measurements). Gracias a la reducida carga de proceso de la STFT este receptor se puede utilizar en aplicaciones en tiempo real.

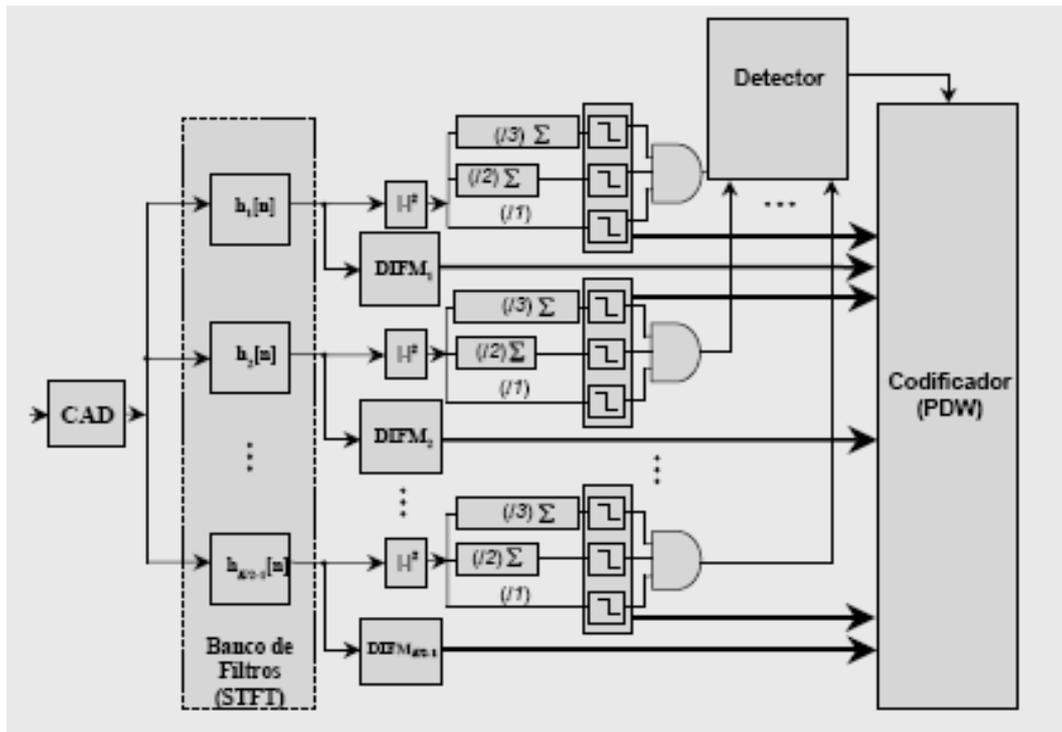


Figura 16

La STFT la podemos ver como un banco de filtros uniforme, en realidad es una ventana móvil, centrados en unas frecuencias determinadas y estás seguida de una demodulación coherente.

Como se puede observar en la figura los canales efectivos corresponden con la frecuencias positivas. La integración no coherente se realiza a la salida de cada canal por el método de *Integración y vaciado*⁵ mediante tres integradores distintos (I_1, I_2, I_3), que difieren en la longitud de integración. I_1 no supone ninguna integración, I_2 tiene una longitud intermedia e I_3 integra toda la captura.

⁵ Integrated and Dump

Cada detección da lugar a un vector de características compuesto de canal, duración, tiempo medio y estimación de amplitud. Posteriormente se lleva a cabo el proceso de “clustering” en dos niveles. Primero dentro del mismo canal y después en toda la captura. Se clasifica entonces la señal y en función de la clase se estiman los parámetros de amplitud, ancho de pulso y ángulo de llegada.

A continuación realiza el cálculo de las DIFM y de la frecuencia media y con un circuito AMC (Clasificador de modulación automático), basado en técnicas estadísticas, extrae la modulación de la señal.

Filtrado de señales de frecuencia variable con el tiempo

La solución convencional a la hora de extraer las señales del ruido es aplicar filtros en frecuencia o aplicar funciones de puerteo en el dominio del tiempo (time gating). Sin embargo el filtrado en frecuencia no elimina el ruido dentro del paso de banda del filtro y lo mismo ocurre con el puerteo en el tiempo.

Como podemos ver en la figura 17 el filtro de frecuencia variable con el tiempo si puede eliminar el ruido dentro de la banda de paso en frecuencia y dentro de la puerta en el tiempo.

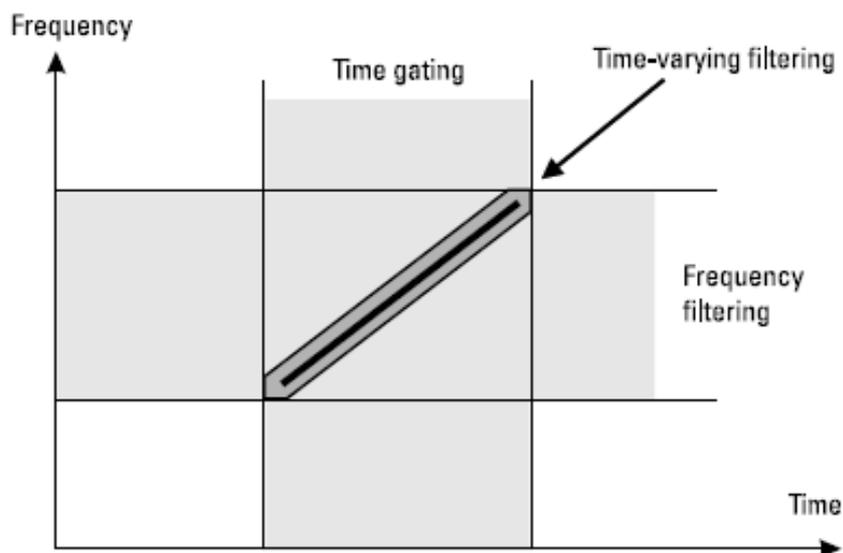


Figura 17

Los filtros en frecuencia convencionales tienen una respuesta invariable en el tiempo. Por el contrario los filtros de frecuencia variable con el tiempo tienen una respuesta variable con el tiempo.

En la figura 18 podemos ver un diagrama de bloques de un filtro iterativo de frecuencia variable con el tiempo.

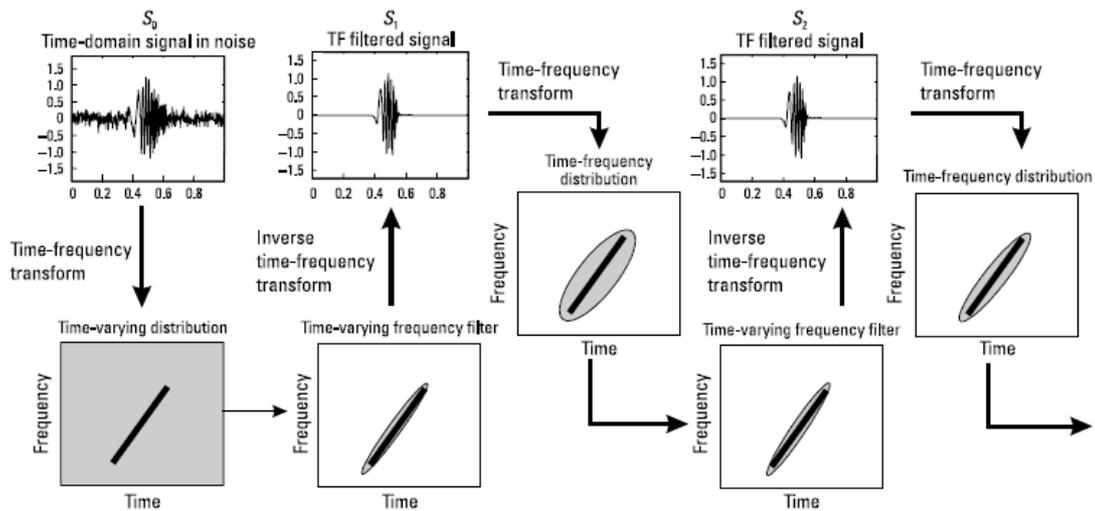


Figura 18

En primer lugar realiza una transformada tiempo frecuencia (normalmente la Transformada de Gabor)⁶ de la señal dentro del ruido. A continuación se realiza un filtrado en frecuencia variable con el tiempo para extraer los coeficientes de la señal. Si realizamos después la transformada tiempo frecuencia inversa obtendremos la señal filtrada. Esto completa la primera iteración del proceso. A continuación se repetirá el proceso.

Se ha demostrado que la primera iteración de este filtrado es exactamente la solución de ajuste de mínimos cuadrados. Esta solución de mínimos cuadrados permite hallar la señal en el dominio del tiempo minimizando el error. La repetición de este proceso mejora este ajuste.

En la figura 19 podemos ver un ejemplo de este filtrado realizado con CWT.

⁶ La transformada de Gabor es una STFT con función de enventanado Gaussiana.

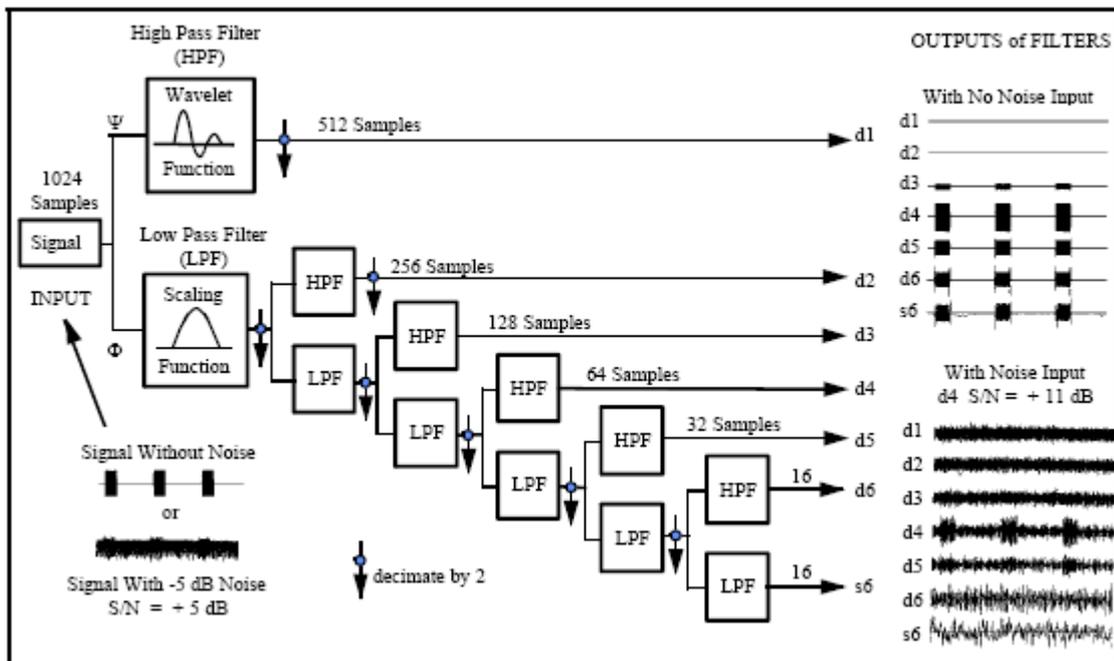


Figura 19

Como se puede ver en la figura hay dos señales de entrada una de ellas con ruido y otra sin ruido. Estas señales se aplican a una serie de filtros en cascada. Todos los filtros HPF y LPF son los mismos en cada nivel. La respuesta en frecuencia de los filtros está relacionada con el tipo de Wavelet utilizada.

Podemos ver como en la salida d4, por ejemplo, hay una mejora de la relación señal ruido de 6 db.

CONCLUSIONES

En este artículo he pretendido dar unas ideas, lo mas básicas posibles, de la teoría de las transformadas tiempo frecuencia. Por su mayor simplicidad me he centrado en las lineales, dejando las bilineales para posteriores trabajos. He procurado citar también algunas de las aplicaciones con el objeto de que el lector pueda ver que esta teoría es de aplicación en el campo del radar.

La utilización de las transformadas tiempo frecuencia han sido y están siendo objeto de investigación durante estos últimos años.

Cuando en el año 2003 me encontraba preparando la asignatura de Radares LPI, que imparto en esta escuela, me puse en contacto con una academia naval de los EEUU en la que se investigaba las nuevas tendencias de la Guerra Electrónica, especialmente en la detección de señales de radar complejas y LPI. Entonces ya me hablaron de la utilización de transformadas tiempo frecuencia, en concreto la Wigner-Ville Distribution y otros algoritmos derivados para simplificar la cantidad de proceso necesario para su implementación.

Aquí en España, la empresa INDRA, según la información que poseo, implementa la STFT en sus receptores digitales de Guerra Electrónica para realizar el análisis de las señales de radar complejas y LPI.

No quisiera que se extraiga de este artículo que la transformada de Fourier es algo obsoleto y sin utilidad en el proceso de la señal radar. Sigue siendo una herramienta fundamental en casi todos los campos de la ciencia y de la tecnología y por supuesto en el radar. Incluso, como se puede leer en el artículo, hemos hecho referencia a la transformada de Fourier en gran parte del mismo.

BIBLIOGRAFÍA

- Merril. I. Skolnik. *"Introduction to Radar Systems"*. MacGraw-Hill International Editions. 3ª Ed. 2001
- Athanasios Papoulis. *"Sistemas digitales y analógicas, transformadas de Fourier, estimación espectral"*. Marcombo Boixareu Editores. 1985
- Hwei P. Hsu. *"Análisis de Fourier"*. Fondo Educativo Interamericano. 1970
- Victor . Chen. *"Time-Frequency Transforms for Radar Imaging and Signal Analysis"*. Artech House. 2002
- David Brandwood. *"Fourier transforms in Radar and Signal Proccesing"*. Artech House. 2003
- *"Electronic Warfare and Radar Systems Engineering Handbook"* . NAWCWPNS TP 8347. 1999



**Escuela de Especialidades
"Antonio de Escaño"**

La función de ambigüedad en el radar

**TN. Antonio Valles Castro
Dpto. Operaciones. Electrónica**

avallesc@fn.mde.es

INTRODUCCION

En los primeros tiempos del radar de pulsos las señales utilizadas en este eran sencillas. Con una sencilla modulación por pulsos podíamos conocer la localización de un blanco en demora y distancia, que en aquel momento era lo que se pedía a un sistema de radar.

Con el paso del tiempo el proceso de la señal de radar se hizo más complejo, así como las formas de onda utilizadas en este proceso. La aparición de la compresión de pulsos y su aplicación en los radares de alta resolución o el proceso doppler de la señal, son muestras de la mayor complejidad en este proceso.

Una de las herramientas fundamentales para el análisis y estudio de las señales de radar es la *función de ambigüedad*. Esta función caracteriza las señales de radar y permite el estudio de estas, desde las más sencillas hasta las más complejas. Esta función de ambigüedad tiene una amplia utilización, especialmente en los radares de compresión de pulsos. Desgraciadamente no existe un método para calcular la señal partiendo de su función de ambigüedad (transformada inversa de la función de ambigüedad). Sería muy interesante que partiendo de una función de ambigüedad dada se pudiera calcular la señal.

El cálculo analítico de la función de ambigüedad solo es posible realizarlo en algunas de las señales de radar más sencillas. Por lo tanto, en la mayoría de las señales sólo se puede realizar el cálculo numérico. La manera más normal de presentar el resultado de este cálculo numérico es dibujar un gráfico en tres dimensiones. Para ello es fundamental la utilización de programas como el MATHLAB. De hecho algunos de los gráficos de este artículo están realizados en MATHLAB.

En este artículo vamos a ver unas ideas teóricas sobre la función de ambigüedad. Esta dirigido a los especialistas en Electrónica y Artillería y pretende aportar un poco mas de conocimiento sobre esta función y sobre las características y el comportamiento de las distintas señales de radar.

DEFINICIÓN¹

La función de ambigüedad representa la respuesta en el tiempo de un filtro adaptado a una señal de energía finita que se recibe con un retardo en el tiempo τ y un desplazamiento doppler ν relativo con respecto al valor nominal esperado por el filtro.

La naturaleza de la salida del filtro adaptado, ya estudiado en otro de los artículos de esta revista, como función del tiempo y de la frecuencia doppler es importante para conocer las propiedades de la señal del radar, en particular su efecto en la exactitud de la medida, resolución ambigüedades en la distancia y en la velocidad radial y en la respuesta al clutter.

Cuando la señal del eco recibido es grande en relación al ruido, la salida del filtro adaptado se puede escribir como una función de correlación cruzada

$$\text{salida del filtro adaptado} = \int_{-\infty}^{\infty} s_r(t) s^*(t - \tau) dt$$

Donde $s_r(t)$ es la señal del eco recibida, $s(t)$ es la señal transmitida, $s^*(t)$ es la conjugada compleja de la señal transmitida y τ es el retardo de tiempo, en este caso considerado como una variable.

Si asumimos la forma compleja, escribiremos la señal transmitida como $u(t)e^{j2\pi f_0 t}$, donde $u(t)$ es una función de modulación compleja cuya magnitud $|u(t)|$ es la envuelta de la señal y f_0 la frecuencia portadora.

Se asume que la señal de eco recibida $s_r(t)$ es la misma que la señal transmitida, excepto por el desplazamiento de frecuencia doppler ν y por el retardo de tiempo real τ_0 (ahora ya no se considera una variable).

Queda entonces la expresión

$$s_r(t) = u(t - \tau_0) e^{[j2\pi(f_0 + \nu)(t - \tau_0)]}$$

¹ A menudo se confunde la función de ambigüedad con el diagrama de ambigüedad que es la representación grafica de esta función.

La salida del filtro adaptado será entonces

Para simplificar la ecuación, tomamos $\tau_0 = 0$ y $f_0 = 0$. Por lo tanto

$$salida = \int_{-\infty}^{\infty} u(t - \tau_0) u^*(t - \tau) e^{j2\pi(f_0 + \nu)(t - \tau_0)} e^{-j2\pi f_0(t - \tau)} dt$$

tendremos que $\tau_0 - \tau' = -\tau' = \tau$

Tenemos entonces que la expresión matemática de la función de ambigüedad es

$$|\chi(\tau, \nu)| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} u(t) u^*(t + \tau) e^{j2\pi \nu t} dt \right|$$

Donde u es la envuelta compleja de la señal. Un desplazamiento en frecuencia doppler ν positivo implica que el blanco se está moviendo hacia el radar y un valor de retardo en el tiempo τ positivo nos dice que el blanco está a más distancia que la posición de referencia ($\tau = 0$).

PROPIEDADES²

Vamos a ver a continuación las propiedades más importantes de la función de ambigüedad. La demostración de estas propiedades se sale de los límites de este artículo y se puede estudiar en la literatura sobre el tema.

1.- La función de ambigüedad tiene un máximo en el origen

$$|\chi(\tau, \nu)|^2 = |\chi(0, 0)|^2 = (2E)^2$$

2.- El volumen total bajo la superficie del diagrama de ambigüedad es constante³

² Estas propiedades fueron demostradas por Papoulis (1977). La demostración de estas propiedades las podemos encontrar en la publicación *Radar Signals* de *Levanon* y *Mozeson* de la editorial Wiley & Sons.

³ Estas dos primeras propiedades aparecen en algunos libros normalizadas a la unidad

- Propiedad 1.- $|\chi(\tau, \nu)| \leq |\chi(0, 0)| = 1$
- Propiedad 2.- $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\chi(\tau, \nu)|^2 d\tau d\nu = 1$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\chi(\tau, \nu)|^2 d\tau d\nu = (2E)^2$$

3.- La función es simétrica con respecto al origen

$$|\chi(-\tau, -\nu)| = |\chi(\tau, \nu)|$$

4.- La forma de la función en el eje τ es

$$|\chi(\tau, 0)| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} u(t) u^*(t + \tau) dt \right|$$

Como podemos ver la forma de la función en el eje τ es la función de autocorrelación de $u(t)$

5.- La forma de la función en el eje ν es

$$|\chi(0, \nu)| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} |u(t)|^2 e^{j2\pi\nu t} dt \right|$$

La forma de la función en el eje ν es el resultado de la transformada de Fourier de $|u(t)|^2$.

FUNCIÓN DE AMBIGÜEDAD IDEAL

Si no existiera ningún tipo de restricciones, la función de ambigüedad ideal sería un pico de espesor infinitesimal en el origen y cero en el resto, como se puede ver en la figura 1.

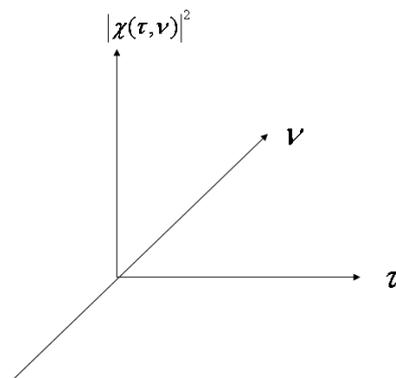


Fig 1. Función de ambigüedad ideal

Como se puede ver sería una función de impulso y no tendría ambigüedades ni en distancia ni en velocidad radial (frecuencia doppler).

El espesor infinitesimal nos permitiría determinar simultáneamente y con un alto grado de exactitud el retardo de tiempo y la frecuencia doppler. Podríamos entonces tener una resolución que nos permitiera separar blancos muy cercanos (alta resolución) y un rechazo de todo el clutter que no estuviera en el origen. Por lo tanto no tendríamos respuestas ambiguas.

Una manera intuitiva de ver las restricciones en el diagrama de ambigüedad es imaginarnos una caja de arena. La cantidad total de la arena en la caja es fija, tal como el volumen bajo el diagrama de ambigüedad es fijo a un valor $(2E)^2$ para una señal de energía E. La arena puede ser apilada en el centro de la caja (el origen del diagrama de ambigüedad) pero su altura no debe ser mas grande que $(2E)^2$. Si intentamos apilar arena en el centro de la caja en una columna muy estrecha (para obtener una buena exactitud y resolución) la arena sobrante se distribuye por el resto de la caja. La arena se apilará entonces en otras partes de la caja lo que dará lugar a ambigüedades en distancia y en frecuencia doppler. En conclusión se puede ver que la propia naturaleza del diagrama de ambigüedad restringe su comportamiento en resolución, exactitud y ambigüedad.

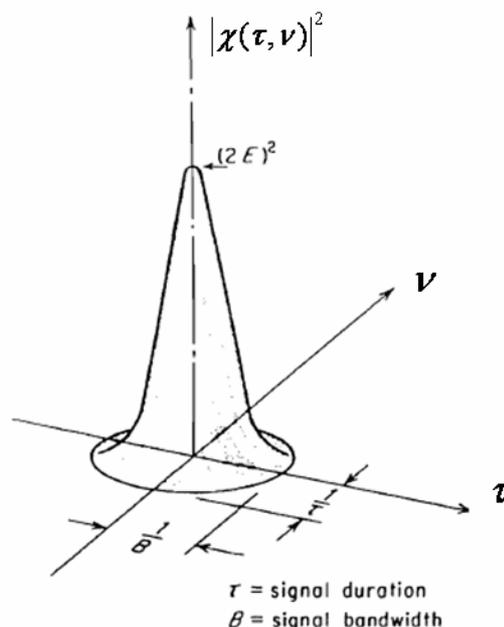


Fig 2. Función de ambigüedad "thumbtack"

Una aproximación a la función ideal es la que podemos ver en la figura 2. Es la función de ambigüedad “Thumbtack”. Como podemos ver en la figura esta función tiene un solo pico por lo que no se producen ambigüedades. Esta aproximación a la función ideal tiene también las restricciones de que el máximo en el origen es $(2E)^2$ y que el volumen bajo la superficie $|\chi(\tau, \nu)|^2$ es también $(2E)^2$.

La función thumbtack es óptima para una detección no ambigua, tanto en distancia como en velocidad pero su implementación tiene un coste de procesamiento muy elevado por lo que a veces se acepta cierto grado de ambigüedad con objeto de reducir la complejidad del procesador.

CORTES EN EL DIAGRAMA DE AMBIGÜEDAD

En un párrafo anterior podíamos ver, en las propiedades 4 y 5, el comportamiento de la función de ambigüedad en cada uno de los ejes. Este comportamiento lo podemos ver “cortando” el diagrama de ambigüedad por cada uno de los ejes.

Si cortamos por el eje τ , nos queda $\nu = 0$. Por lo tanto, como hemos visto antes en las propiedades

$$|\chi(\tau, 0)| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} u(t)u^*(t + \tau)dt \right| = |R(\tau)|$$

Donde $R(\tau)$ es la función de autocorrelación de $u(t)$. Vemos entonces que el corte del diagrama de ambigüedad por el eje de doppler cero, conocido como “*ventana de distancia*”⁴ para un receptor con filtro adaptado es la función de autocorrelación.

Por otro lado la función de correlación es igual a la transformada de Fourier inversa de la densidad espectral de potencia, por lo cual tenemos la siguiente relación

$$\text{ventana distancia} \Leftrightarrow \text{autocorrelación} \Leftrightarrow \mathfrak{F}^{-1} \{ \text{espectro de potencia} \}$$

Esta relación es muy importante en la modulación lineal de frecuencia, utilizada en la compresión de pulsos analógica. Al añadir

⁴ En inglés “*Range window*”

una modulación al pulso, se ensancha el espectro de potencia y, debido a la ya conocida relación entre el tiempo y la frecuencia, la ventana de distancia se estrecha. En la figura 3 podemos ver esta relación.

Si cortamos el diagrama por el eje de la frecuencia doppler, queda $\tau = 0$. Como hemos visto anteriormente

$$|\chi(0, \nu)| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} |u(t)|^2 e^{j2\pi\nu t} dt \right|$$

La ecuación nos dice que si el corte del diagrama se produce en el eje de la frecuencia, el resultado es la transformada de Fourier de la magnitud de la envuelta compleja de la señal $u(t)$. En otras palabras, el resultado de este corte del diagrama no depende de la modulación en fase o frecuencia de $u(t)$, es solo función de la amplitud.

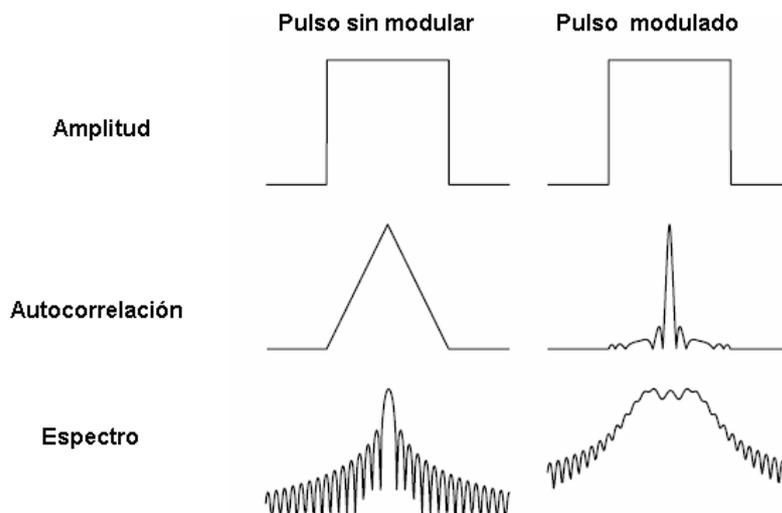


Fig 3 Comparación entre un pulso sin modular y uno con modulación LFM

RELACIONES ADICIONALES DE LA DISTRIBUCIÓN DE VOLUMEN

Vamos a hacer unas pequeñas consideraciones sobre la distribución de volumen de la función de ambigüedad (elevada al cuadrado).

La distribución de volumen de la función de ambigüedad en distancia y en doppler es limitada por dos relaciones⁵,

⁵ Estudiadas por Rihaczek en 1969

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\chi(\tau, \nu)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |\chi(\tau, 0)|^2 e^{j2\pi\nu t} d\tau$$

Estas relaciones de transformación nos dicen que si el pico central se estrecha a lo largo del eje τ , el volumen debe ensancharse por el eje doppler y cuando se estrecha a lo largo del eje ν , el volumen debe ensancharse en el eje del retardo de tiempo.

Por lo tanto, la resolución en un parámetro se gana a expensas del ensanchamiento en volumen a lo largo del otro parámetro.

DIFERENTES TIPOS DE FUNCIONES DE AMBIGÜEDAD

A continuación vamos a estudiar algunos tipos de función de ambigüedad. Empezaremos por la más sencilla, un pulso cuadrado sin modulación e iremos viendo algunas más complejas, introduciendo modulación intrapulso tanto en frecuencia como en fase.

Función de ambigüedad de un pulso cuadrado

En la figura 4 podemos ver la representación del diagrama de ambigüedad de un pulso cuadrado.

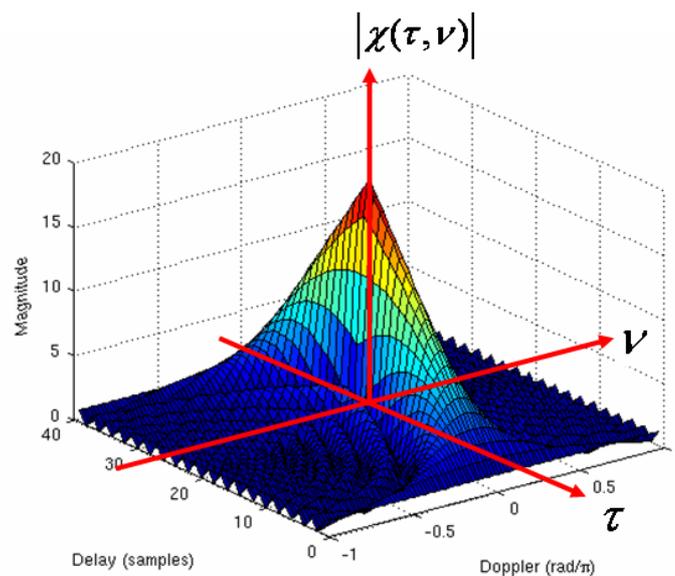


Fig 4 Diagrama de ambigüedad de un pulso cuadrado

En el diagrama se puede ver la forma triangular de la salida del filtro adaptado en el eje del tiempo ($\nu = 0$). Por otra parte se puede ver la forma $\left(\frac{\text{sen } x}{x}\right)$ en el eje de la frecuencia.

Una manera más sencilla de ver la función que se puede extraer del diagrama de ambigüedad se obtiene con el diagrama de dos dimensiones.

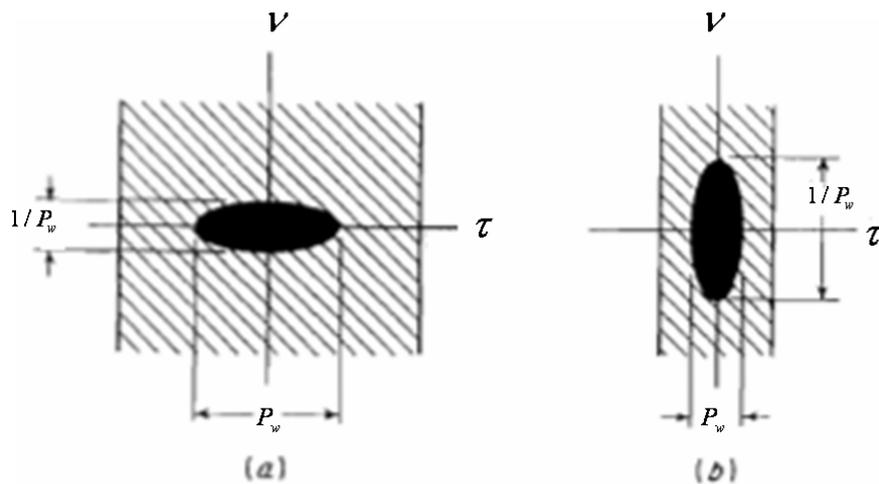


Fig 5 Diagrama de ambigüedad en dos dimensiones

En la figura 5 podemos ver el diagrama de ambigüedad en dos dimensiones de un pulso cuadrado de ancho P_w . En (a) vemos un pulso ancho y en (b) vemos un pulso más estrecho.

En las zonas más oscuras $|\chi(\tau, \nu)|^2$ es grande, en las zonas rayadas $|\chi(\tau, \nu)|^2$ es mas pequeño y fuera de estas zonas es cero. Como se puede ver tiene una respuesta elíptica en la zona donde $|\chi(\tau, \nu)|^2$ es grande. La ambigüedad en la medida de la distancia (τ) es proporcional al P_w y en la medida de la frecuencia doppler es $(1/P_w)$

En las figura 5 (a) se puede ver la buena precisión en frecuencia doppler y la baja precisión en distancia del pulso largo. Sin embargo en la figura 5(b) ocurre lo contrario para un pulso corto. Podemos ver entonces en el diagrama de ambigüedad como, cuando se mejora la precisión en distancia de un pulso cuadrado sin modulación intrapulso, se empeora la precisión en frecuencia doppler y viceversa.

Función de ambigüedad de un pulso cuadrado con LFM⁶

Vamos a estudiar a continuación la función de ambigüedad de un pulso cuadrado con modulación lineal en frecuencia. Esta forma de onda es la más empleada en las técnicas de compresión de pulsos.

Para comenzar este estudio veremos el efecto de una modulación lineal en frecuencia sobre la función de ambigüedad. Una propiedad de la función de ambigüedad dice:

Si a una envuelta compleja $u(t)$ que tiene una función de ambigüedad $|\chi(\tau, \nu)|$

$$u(t) \Leftrightarrow |\chi(\tau, \nu)|$$

Se le aplica una modulación lineal de frecuencia, quedaría

$$u(t)e^{j\pi kt^2} \Leftrightarrow |\chi(\tau, \nu - k\tau)|$$

Esta propiedad dice que si le aplicamos una modulación lineal de frecuencia a un pulso cuadrado la función de ambigüedad resultante resulta girada lateralmente. Como veremos más tarde esta propiedad es la base de esta técnica de compresión de pulsos.

Demostración de la propiedad

Definiremos una nueva envuelta compleja. Se le ha aplicado una modulación lineal de frecuencia a la envuelta original $u(t)$:

$$u_1(t) = u(t)e^{j\pi kt^2}$$

La función de ambigüedad de $u_1(t)$ es:

$$\chi_1(\tau, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} u_1(t)u_1^*(t + \tau)e^{j2\pi\nu t} dt$$

⁶ Modulación lineal de frecuencia

$$\begin{aligned}
&= \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{j\pi k t^2} u^*(t + \tau) e^{-j\pi k (t + \tau)^2} e^{j2\pi \nu t} dt \\
&= e^{-j\pi k \tau^2} \int_{-\infty}^{\infty} u(t) u^*(t + \tau) e^{j2\pi (\nu - k\tau)t} dt \\
&= e^{-j\pi k \tau^2} \chi(\tau, \nu - k\tau)
\end{aligned}$$

Si tomamos el valor absoluto queda demostrada la propiedad

$$|\chi_1(\tau, \nu)| = |\chi(\tau, \nu - k\tau)| \quad (1)$$

Interpretación de la función

Vamos a ver ahora el giro lateral causado por la modulación lineal de frecuencia aplicada al pulso cuadrado. Para ello nos fijaremos en la figura 6. Como se puede ver el estudio lo haremos con el diagrama de dos dimensiones.

Vemos que el elipsoide horizontal $|\chi(\tau, \nu)| = c$ es el contorno de la función de ambigüedad original (pulso cuadrado sin ambigüedad) para un determinado valor c . Este contorno corta el eje negativo de frecuencia en un punto A de coordenadas $(\tau = 0, \nu = \nu_A)$, y corta el eje positivo de tiempo en un punto B de coordenadas $(\tau = \tau_B, \nu = 0)$. Los correspondientes puntos de A_1 y B_1 de la función $|\chi_1(\tau, \nu)| = c$ tienen las mismas coordenadas en el tiempo, respectivamente $(\tau_{A1} = 0, \tau_{B1} = \tau_B)$.

Ahora vamos a utilizar la propiedad anteriormente demostrada, función (1), para hallar las coordenadas doppler respectivas.

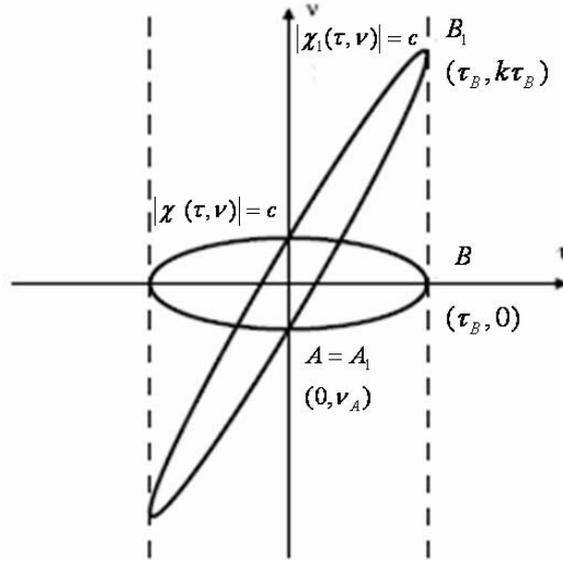


Fig 6 Efecto de la LFM en la función de ambigüedad

La coordenada en el eje del tiempo de A en la función original es cero, por lo tanto para A_1

$$c = \left| \chi_1 \left[0, (\nu_A - k \cdot 0) \right] \right| = \left| \chi_1 (0, \nu_A) \right|$$

Esto significa que la coordenada en el eje doppler de A_1 es idéntica a la coordenada doppler de A .

Vamos ahora a estudiar el elipsoide $|\chi_1(\tau, \nu)| = c$. El tiempo τ_B corresponde a la frecuencia ν_{B1} . Pero ¿a que corresponde ν_{B1} ? Tenemos entonces $|\chi_1(\tau_B, \nu_{B1})| = c$. Si utilizamos la propiedad (1), quedará

$$\left| \chi_1(\tau_B, \nu_{B1}) \right| = \left| \chi(\tau_B, \nu_{B1} - k\tau_B) \right|$$

En la figura 6 podemos ver que $|\chi(\tau_B, 0)| = c$ lo que implica que $\nu_{B1} - k\tau_B = 0$. Queda entonces

$$\nu_{B1} = k\tau_B$$

Vemos entonces que al aplicar una LFM al pulso, el punto B de coordenadas $(\tau = \tau_B, \nu = 0)$, se mueve al punto B_1 de coordenadas

$(\tau = \tau_B, \nu = k\tau_B)$. Los demás puntos del elipsoide $|\chi(\tau, \nu)| = c$ con tiempos $0 < \tau < \tau_B$ se mueven de manera similar, lo que da como resultado un elipsoide girado $|\chi_1(\tau, \nu)| = c$ como se puede ver en la figura 6.

En la figura 7 podemos ver como este giro que se produce al introducir la LFM mejora la resolución en distancia.

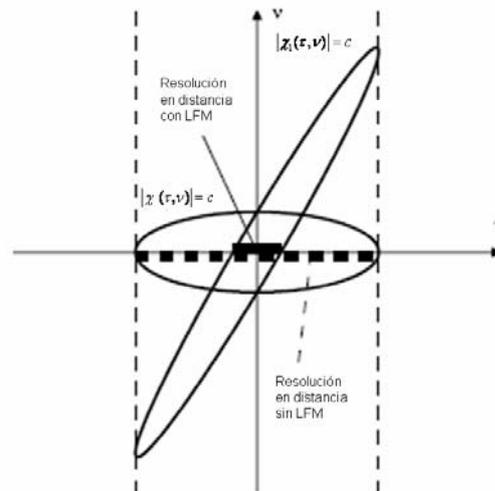


Fig 7 Mejora de la resolución en distancia con una modulación LFM

Como se puede ver en la figura la resolución en distancia mejora cuando al pulso cuadrado se le aplica una modulación lineal en frecuencia. Esta modulación intrapulso es muy utilizada en los sistemas de compresión de pulsos, de hecho la LFM⁷ es la técnica mas utilizada.

Por último, según la definición de la función de ambigüedad que estamos estudiando, si la pendiente del elipsoide es positiva, como en el caso de la figura 6, existe un error en distancia positivo (se asume que el blanco está mas lejos de lo que realmente está). Esto se traduce en una velocidad de acercamiento menor (doppler negativo).

En la figura 8 se puede ver una función de ambigüedad de un pulso cuadrado con modulación lineal de frecuencia realizada con el programa MATLAB.

⁷ También conocida como la modulación CHIRP.

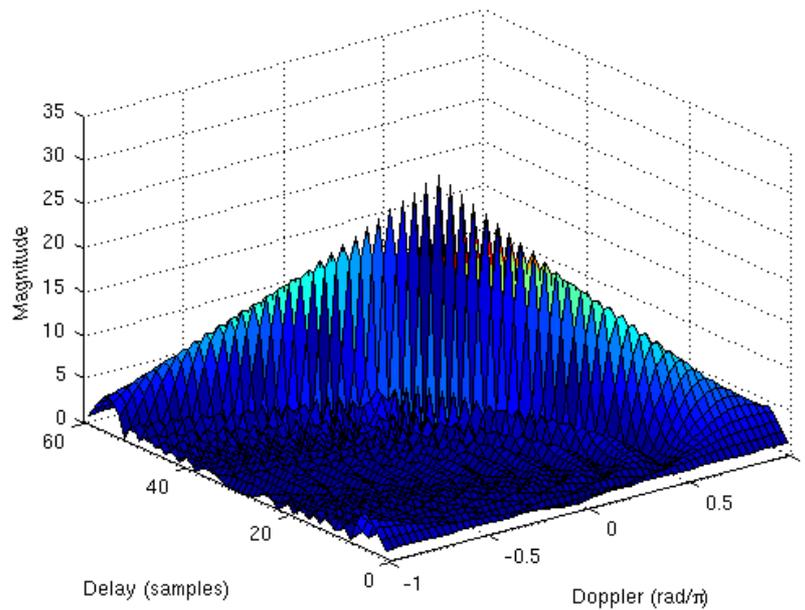


Fig 8 Función de ambigüedad de un pulso cuadrado con LFM

Función de ambigüedad de un pulso cuadrado con modulación de fase con código Barker

La familia de códigos más utilizada en la compresión de pulsos digital es la de los códigos Barker. Su característica más importante es que los lóbulos laterales de su función de autocorrelación son uniformes. Su principal desventaja es que no existen códigos Barker de más de 13 bits de longitud. En la tabla 1 podemos ver los códigos Barker conocidos.

Code Length	Code
2	11 or 10
3	110
4	1110 or 1101
5	11101
7	1110010
11	11100010010
13	1111100110101

Tabla 1. Códigos Barker conocidos

En la figura 9 podemos ver la función de autocorrelación de un pulso modulado en fase con un código Barker de 13 bits. Se observa que los lóbulos laterales son todos del mismo nivel.

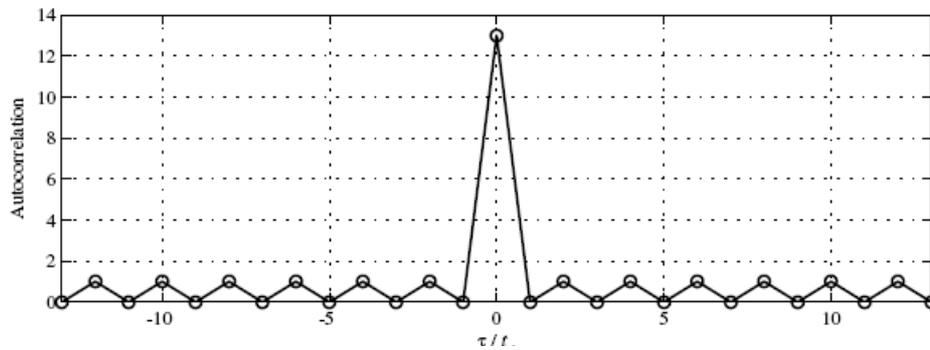


Fig 9. Función de autocorrelación de un pulso modulado con un código barker de 13 bits.

En la figura 10 podemos ver la función de ambigüedad de un pulso modulado en fase con un código Barker de 13 bits. Se observa un máximo de la función en el origen y que los lóbulos laterales de la función tienen un nivel uniforme.

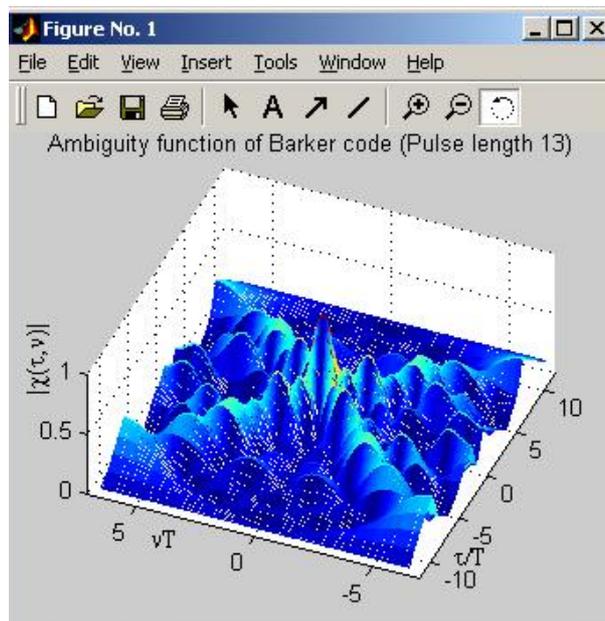


Fig 10 Función de ambigüedad de un pulso modulado en fase con un código Barker de 13 bits.

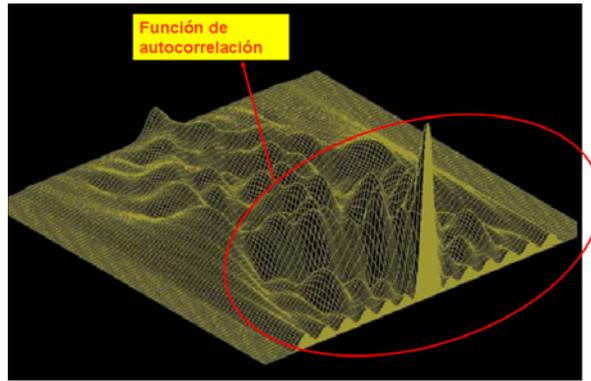


Fig 11 Función de ambigüedad de un pulso modulado con un código Barker polifase de 13 bits.

Aunque los códigos Barker puros son bifase (0 ó π), también existen los códigos Barker polifase. Estos códigos se hallan con métodos numéricos con el fin de optimizar los lóbulos laterales de la función de correlación. En la figura 11 podemos ver la función de ambigüedad parcial de un pulso modulado con un código Barker polifase de 13 bits. Debido a la naturaleza aleatoria de los códigos polifase la forma de la función de ambigüedad se acerca a la de una función de ambigüedad thumbtack.

COMPARACION DE LAS DIFERENTES FUNCIONES

Por último vamos a ver a continuación una comparación entre las tres funciones de ambigüedad que hemos estudiado.

En la figura 12 podemos ver en un diagrama de dos dimensiones la función de ambigüedad de un pulso cuadrado sin modular, de un pulso con modulación LFM y un pulso con modulación de fase de un código Barker de 13 bits.

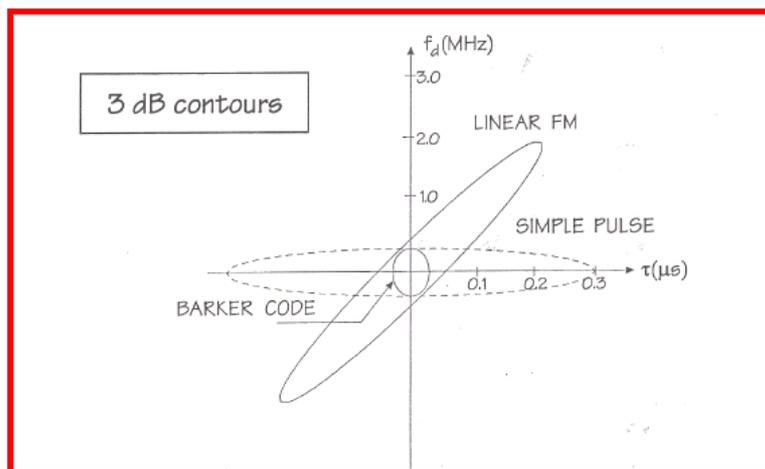


Fig 12 Comparación entre distintas funciones de ambigüedad

En la figura podemos ver los contornos de tres decibelios de:

- Un pulso simple de 1 μ s de ancho.
- Una LFM con barrido de 10 Mhz y 1 μ s de duración.
- Una modulación en fase de in código Barker de 13 bits y 1 μ s de duración.

En esta figura podemos ver la utilidad de la función de ambigüedad a la hora de estudiar las características de la señal radar.

Se puede ver como con la introducción de una modulación en el pulso cuadrado se consigue una mayor resolución en distancia. Vemos también que con una modulación de fase, código Barker, se consigue también un mejor comportamiento en frecuencia doppler, con menos ambigüedades.

CONCLUSIONES

Son muchos y muy complejos los tipos de señal utilizados para los diferentes sistemas de radar. La modulación sencilla de pulsos de los primeros tiempos del radar ya solo se utiliza para los radares más simples.

Con el paso del tiempo la complejidad y las prestaciones de los radares ha ido en aumento así como las formas de onda utilizadas. Cada vez se utilizan más los sistemas de radar de compresión de pulsos, alta resolución, doppler, MTI, etc.

La función de ambigüedad, como se ha apuntado antes, es una herramienta fundamental para el análisis, diseño y estudio de las señales utilizadas en radar. En este artículo se pretendió hacer una introducción al estudio teórico de esta función y estudiar la función con algunas señales. Se han elegido las señales utilizadas en los sistemas de compresión de pulsos por su interés para estudiar, desde otra óptica, esta técnica tan utilizada en los radares que llevamos instalados a bordo de nuestros buques. Hemos podido comprobar como a través de la función de ambigüedad se pueden estudiar y analizar las características y prestaciones de estas señales.

BIBLIOGRAFÍA

- Merril. I. Skolnik. *"Introduction to Radar Systems"*. MacGraw-Hill International Editions. 3ª Ed. 2001
- Michel H. Carpentier. *"Principles of modern Radar Systems"*. Artech House. 1988
- Levanon & Mozeson. *"Radar Signals"*. Wiley-Interscience. 2004
- Michael O. Kolawole. *"Radar systems, Peak, Detection and Tracking"*. Newnes Publications. 2002
- Michel H. Campertier. *"Principles of Modern Radar Systems"*. Artech House. 1988



**Escuela de Especialidades
"Antonio de Escaño"**

Fotónica aplicada al proceso de señal en microondas

**AN. Antonio Valles Castro
Dpto. Operaciones. Electrónica**

avallesc@fn.mde.es

INTRODUCCION

En el año 1995, me encontraba realizando el curso de Oficial en la ETEA, y después de un arduo estudio sobre el trabajo fin de curso que iba a presentar, me decidí por un trabajo sobre el proceso digital óptico. En aquellos años estaban muy de moda los ordenadores ópticos como alternativa al proceso digital convencional basado en la electrónica integrada.

Lo cierto es que, a mi modo de ver, no iban muy desencaminados los investigadores de la época, ya que la tecnología óptica tenía una serie de ventajas sobre la electrónica. La conocida ley de Moore, tarde o temprano nos llevaba al límite físico en la integración y velocidad del proceso digital convencional. Entonces ya se empezaban a estudiar arquitecturas de microprocesadores basadas en el paralelismo y en la compartición de tareas y no se conocía como ahora las posibilidades de la nanotecnología en ese campo, especialmente a la hora de diseñar nuevas técnicas de fabricación de dispositivos nanoelectrónicos que sustituyeran a los convencionales.

El desarrollo del Láser, inventado en los años 60, y de la fibra óptica trajo consigo un gran desarrollo de la óptica electrónica (optrónica o optoelectrónica), especialmente en el campo de las comunicaciones. Hoy en día la fibra óptica es quizás el más popular de los soportes de transmisión en comunicaciones.

En cuanto a la computación óptica, la investigación en ese campo sufrió un retroceso importante a mediados de los años 90. La posibilidad del ordenador óptico se dejó de contemplar por los investigadores. Es posible que las grandes compañías de ordenadores tuvieran algo que ver en el asunto pero lo cierto es que se dejó de investigar sobre el tema.

El proceso de la señal se está investigando de manera importante en los últimos años. Se han realizado sensibles avances en la fotónica integrada en los últimos años, no solo en comunicaciones sino en el proceso de señal. Una de las áreas donde la fotónica tiene más aplicaciones es el campo militar. Comunicaciones, antenas de array, redes de información o Guerra Electrónica son algunos ejemplos de las aplicaciones.

En este artículo se verán de una manera totalmente divulgativa, huyendo de las engorrosas matemáticas, algunas de las aplicaciones de la fotónica en el campo del proceso de señal a frecuencias de microondas.

FOTONICA

La óptica es una muy antigua y venerable materia que estudia la generación, propagación y detección de la luz. Los importantes avances en la óptica en estos últimos años han contribuido a su rejuvenecimiento y al incremento de su importancia en la tecnología moderna.

Como resultado de estos avances en la óptica han aparecido nuevas disciplinas científicas, como *electroóptica*, *optoelectrónica*, *electrónica cuántica* y *óptica cuántica*.

La *electroóptica* estudia los dispositivos ópticos que tienen efectos eléctricos, como por ejemplo láser, o moduladores e interruptores electroópticos.

La *optoelectrónica* trata dispositivos y sistemas electrónicos que utilizan la luz para su funcionamiento. Como ejemplo tenemos los diodos emisores de luz, las pantallas de cristal líquido o los fotodetectores.

La *electrónica cuántica*, por su parte, estudia la interacción entre la luz y la materia en los diferentes dispositivos y sistemas. Como ejemplo podríamos poner el láser y los dispositivos ópticos no lineales utilizados para la mezcla y amplificación óptica.

El estudio de la coherencia y de las propiedades cuánticas de la luz se engloba dentro de la *óptica cuántica*.

En los últimos años se comienza a hablar de la **fotónica** (término utilizado por primera vez en 1991). Este término, análogo al de electrónica, refleja la cada vez mayor unión entre la óptica y la electrónica en los dispositivos semiconductores. Por una parte la electrónica estudia el control del flujo de electrones y la fotónica estudia el control de los fotones (en el espacio o en la materia). Estas dos disciplinas están claramente solapadas puesto que los

electrones a menudo controlan el flujo de fotones y los fotones controlan el flujo de electrones.

Por último el término fotónica también refleja la importancia de la naturaleza fotónica de la luz y describe su comportamiento en muchos dispositivos.

CONCEPTOS DE FOTONICA DE MICROONDAS

En las dos últimas décadas el campo de la interacción entre la óptica y las microondas ha despertado mucho interés en investigadores de todo el mundo.

La fotónica de microondas es un campo innovador y multidisciplinario que combina diferentes tecnologías. En particular, las tecnologías de microondas son utilizadas en fotónica y viceversa.

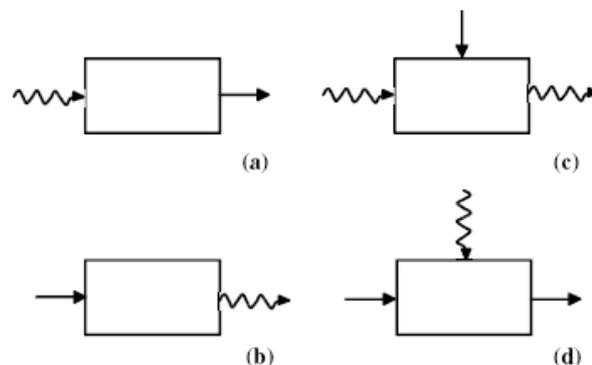


Figura 1

Los recientes avances en el desarrollo de los dispositivos optoelectrónicos de alta velocidad junto con el ancho de banda y las pocas pérdidas de la fibra óptica son responsables del crecimiento de este campo. Además el desarrollo de fotodetectores y moduladores pueden ser claves en el futuro.

En la figura 1 podemos ver los cuatro mecanismos básicos de los dispositivos de interacción de la óptica con las microondas¹. En primer lugar vemos los dispositivos de dos puertos para la conversión de las señales ópticas y eléctricas. En (a) vemos un fotodetector, en (b) un láser o un diodo emisor de luz. A la izquierda

¹ Las flechas onduladas indican la luz y las rectas las señales eléctricas

vemos dispositivos de tres puertos. En (c) vemos un modulador controlado eléctricamente y en (d) podemos ver un modulador controlado por luz.

Observaremos que los dispositivos de tres puertos se comportan como un transistor optoelectrónico. Análogamente a un transistor convencional la señal de una de las puertas, óptica o eléctrica, controla la salida del dispositivo.

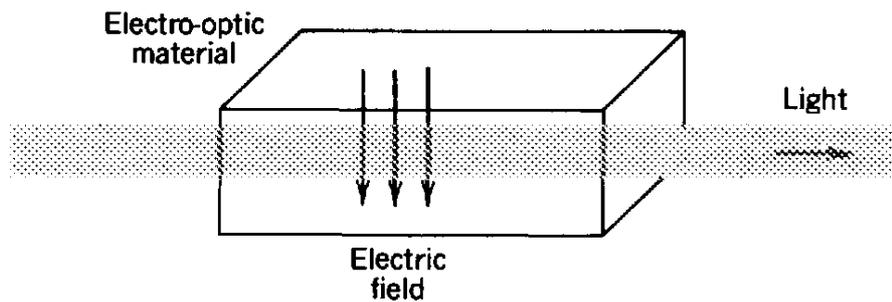


Figura 2

El principio de estos dispositivos es sencillo y lo podemos ver en la figura 2. Un campo eléctrico aplicado a un material electroóptico cambia su índice de refracción. Por lo tanto cambia el efecto del material sobre la luz que viaja sobre él. Por lo tanto el campo eléctrico controla la luz.

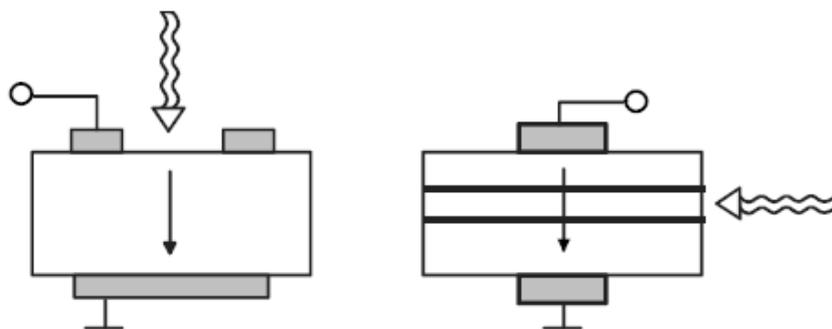


Figura 3

En estos dispositivos hay dos tipos básicos de interacción entre las señales de microondas y ópticas. Como se puede ver en la figura 3 la diferencia entre los dos tipos es la dirección de propagación de la señal óptica.

En la figura de la izquierda la señal óptica viaja en una dirección normal a la superficie del semiconductor, es decir paralela a la dirección del flujo de cargas eléctricas. Esto significa que la

interacción óptica depende de la longitud del camino que recorren las cargas eléctricas. En un fotodetector, por ejemplo, la longitud de absorción depende del tiempo de tránsito.

En la figura de la derecha, por el contrario, la señal óptica se desplaza en una dirección paralela a la superficie del semiconductor. En el ejemplo del fotodetector que vimos anteriormente la penetración es independiente del tiempo de tránsito.

A la hora de diseñar estos dispositivos con prestaciones de alta velocidad se deben reducir las dimensiones laterales de los contactos eléctricos con el fin de reducir la capacidad del dispositivo para reducir la constante de tiempo RC y así aumentar la frecuencia de corte del dispositivo. El problema de esta reducción de dimensiones es la disipación de potencia. Cuanto mas pequeño sea el dispositivo menos potencia de operación soporta.

Una solución a este problema es utilizar los efectos de la propagación de la señal eléctrica como se puede ver en la figura 4.

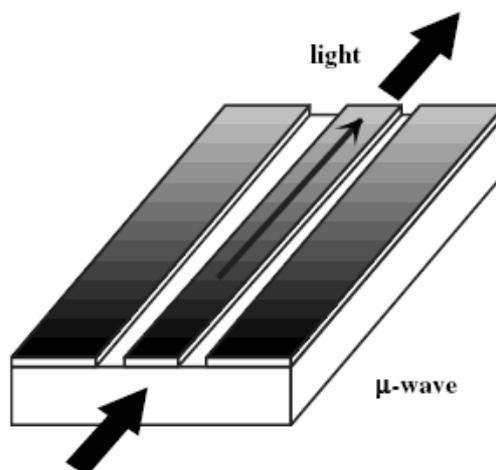


Figura 4

En estos dispositivos llamados TW (Travelling wave) los contactos eléctricos se implementan con línea microstrip o coplanar. El concepto del funcionamiento de este dispositivo esta basado en los fundamentos de la óptica no lineal y en las interacciones que se producen durante la propagación de la onda. Evidentemente el ancho de banda de estos elementos no está limitado por la constante de tiempo RC.

Como hemos visto los componentes en la fotónica de microondas se basan en la interacción entre electrones, campos eléctricos y fotones. Consecuentemente es necesaria la unión de diferentes tecnologías con el fin de desarrollar nuevos elementos que mejoren las prestaciones que nos ofrecen actualmente.

COMPONENTES DE LA FOTONICA DE MICROONDAS

Hay dos procesos básicos en el funcionamiento de casi todos los dispositivos optoelectrónicos semiconductores que debemos conocer antes de comenzar el estudio de los componentes.

- *La absorción de un fotón produce un par electrón-hueco.* Las cargas móviles que se producen por la absorción alteran las propiedades eléctricas del material. Por ejemplo, este efecto es el responsable del funcionamiento de ciertos semiconductores fotodetectores. En otras palabras por la electroabsorción un material se puede llegar a cambiar de opaco a transparente aplicándole una tensión.
- *La recombinación de un electrón y un hueco pueden producir un fotón.* Este proceso es el responsable del funcionamiento de las fuentes de luz de semiconductor. La recombinación espontánea da lugar a los diodos emisores de luz. Si la recombinación es estimulada, la emisión de luz se produce por un semiconductor láser.

Moduladores por electroabsorción (EAM)

Los EAM proporcionan un gran potencial con una baja tensión de operación, un gran ancho de banda y una integración monolítica con otros componentes como por ejemplo diodos láser. En la figura 5 vemos un EAM de InP diseñado para una longitud de onda de 1.55 μm . Utiliza un contacto de entrada coplanar. El EAM se parece eléctricamente a un diodo PIN y ópticamente a una guía de onda. Está construido por un MWQ (Múltiple pozo cuántico)² colocado entre dos capas de InP.

² El concepto de pozo cuántico se puede ver en mi artículo sobre Nanotecnología en el número 9 de la revista de la Escuela RAIP del 1º trimestre del año 2006

El principio de funcionamiento es la absorción, que hemos visto en el párrafo anterior y se han conseguido resultados experimentales en este tipo de dispositivos de hasta 70 GHz de ancho de banda.

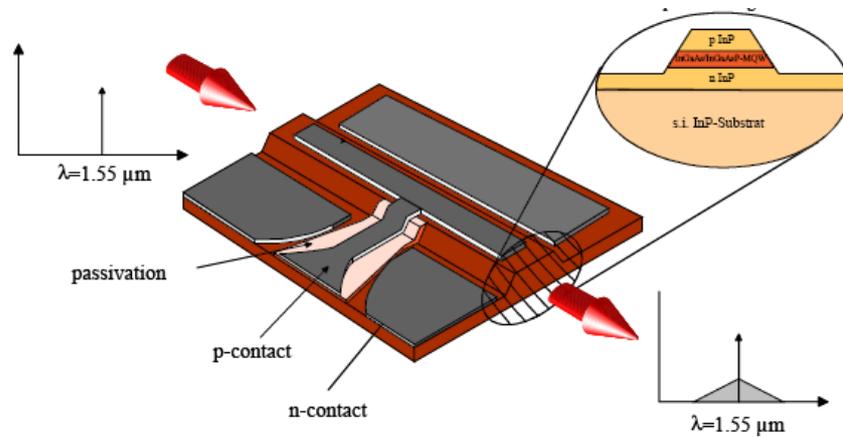


Figura 5

Detectores por electroabsorción (EAD)

Debido al mecanismo de absorción, la generación de cargas, el EAM también puede comportarse como un fotodetector (EAD). Experimentalmente ya se ha demostrado un EAD con un ancho de banda mayor de 170 GHz con un dispositivo formado por un diodo PIN en configuración TW con una región MQW activa.

En el año 2003 se consiguió un ancho de banda de 460GHz en una antena de un sistema de radioastronomía.

Mezcladores por electroabsorción

Debido a la inherente no linealidad del fotodetector donde la fotocorriente es proporcional al cuadrado del campo eléctrico aplicado a la onda óptica, este elemento de electroabsorción puede ser empleado directamente como mezclador (EAX).

Ya se han conseguido experimentalmente conversiones a 60 GHz utilizando dos diodos láser separados 60 GHz y un diodo láser adicional modulado a 2,6 GHz. Evidentemente, en la salida eléctrica aparece la portadora de RF y las bandas laterales producidas por la modulación.

Transceptores por electroabsorción

Del fenómeno de la electroabsorción que estamos viendo se desprende que un EAM puede ser utilizado simultáneamente como modulador y fotodetector en sistemas de comunicaciones que tengan multiplexadas las señales uplink y downlink. Debido a esta dualidad de funciones tenemos el EAT. Las características funcionales del EAT se han demostrado en sistemas de comunicaciones de banda ancha implementados en fibra óptica o sistemas wireless.

Elementos SEED por electroabsorción

Un dispositivo SEED (Self Electrooptic Effect Device) se basa en combinar un modulador óptico con un fotodetector. La luz que pasa por el fotodetector cambia la tensión aplicada al modulador consiguiendo un dispositivo con entradas y salidas ópticas. Además tiene unas buenas características de biestabilidad, alta eficiencia y puede ser integrado. Fue patentado en 1986 por David Miller de la AT&T Bell Labs.

Como hemos visto en el punto anterior un EAT es un dispositivo que consta de un modulador y un fotodetector. Por lo tanto lo podremos utilizar como un dispositivo SEED. El EAT lo podemos utilizar entonces para conseguir la biestabilidad que no deja de ser una consecuencia de la óptica no lineal.

Desde el punto de vista físico esta no linealidad es debida a la realimentación entre el modulador y el fotodetector del dispositivo. Ya se ha demostrado que esta característica de no linealidad puede ser utilizada en convertidores A/D muy rápidos.

Diodos Láser de microondas

Hasta hace unos años los diodos láser no se utilizaban para aplicaciones de microondas, especialmente porque no se pueden utilizar estructuras TW. Pero las dimensiones de los contactos eléctricos se han reducido de manera considerable. En los últimos años se han logrado frecuencias de corte de 30 Ghz lo cual permite su utilización en aplicaciones de microondas.

TECNOLOGÍAS DE INTEGRACION

En un dispositivo TW se utiliza una guía de onda óptica para la propagación de la onda óptica y una línea de transmisión eléctrica para la propagación de la señal de microondas normalmente en la misma dirección. Entonces se produce interacción en la región donde coincide la señal óptica y en campo eléctrico. Esta interacción desde un punto de vista físico es un proceso no lineal.

Como hemos visto anteriormente hay una serie de dispositivos de interacción que muestran variedad de funciones que muchas veces deben ser conseguidas simultáneamente. Por lo tanto es necesaria su integración con otros dispositivos.

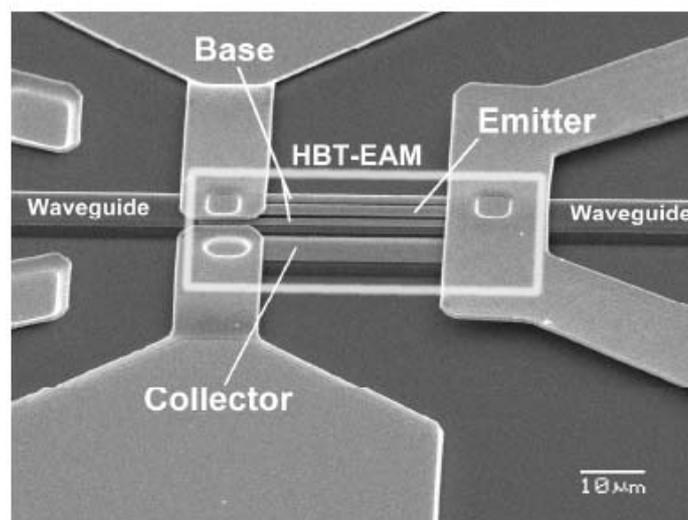


Figura 6

Recientemente se ha presentado un nuevo dispositivo multifuncional. Es un modulador de electroabsorción integrado en una estructura de un HBT (Transistor hetero-bipolar). Este dispositivo integra el transistor y el modulador en una nueva filosofía de integración de dispositivos electroópticos. En la figura 6 podemos ver la imagen conseguida con un microscopio de sonda de barrido de un HBT-EAM.

Uno de los objetivos de la tecnología de integración de estos dispositivos es el acoplo de la luz entre la guía de onda óptica y la conexión externa que normalmente es de fibra óptica. Esta técnica de acoplo de la fibra al integrado incluye el proceso de soldadura en V en el sustrato y el afilado de la fibra óptica. Todo este proceso se utiliza para conseguir las mínimas pérdidas de inserción.

Por último cabe mencionar que el acoplo eléctrico a alta frecuencia de líneas coplanares con conectores coaxiales requiere un diseño muy cuidadoso.

PROCESO DE SEÑAL EN FOTONICA DE MICROONDAS

A continuación veremos algunas de las aplicaciones de estos dispositivos en el proceso de la señal de microondas. Hemos visto que las características de estos dispositivos les permiten trabajar a frecuencias de microondas con buenas prestaciones y ahora mostraremos unos cuantos ejemplos de su utilización.

Controlador de desplazamiento de fase y retardo del tiempo

Las líneas de transmisión, microstrip y coplanar forman una unión Schottky³ con el semiconductor. Esto hace que la alta capacidad por unidad de longitud tenga un comportamiento de onda lenta. La velocidad de fase depende entonces del ancho de la zona de deplexión de la región del contacto. El espesor de esta región depende de la tensión inversa aplicada. Hemos conseguido el control eléctrico de la fase y el retardo del tiempo.

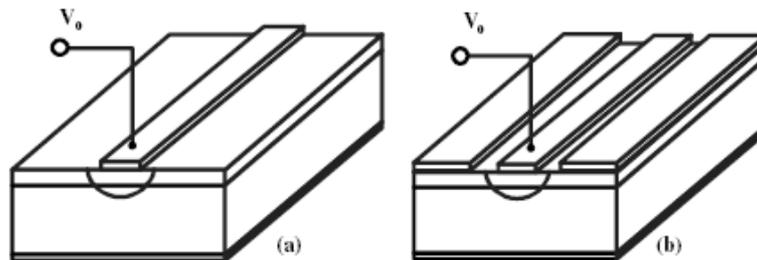


Figura 7

Si aplicamos una tensión fija, la tensión a través de la zona de deplexión puede cambiarse por la absorción de la señal óptica en la región de interacción. El resultado es un control óptico del retardo en el tiempo y de la fase.

En la figura 7 podemos ver un dispositivo desplazador de fase y retardo del tiempo controlado ópticamente y que utiliza un contacto Schottky en la línea microstrip.

³ Unión semiconductor metal.

Generador de pulso fotónico de banda ultra ancha (UWB)

En la figura 8 podemos ver el dibujo de un generador de pulsos de microondas controlado eléctricamente. La estructura consiste en un resonador stripline en el centro con dos huecos en cada lado.

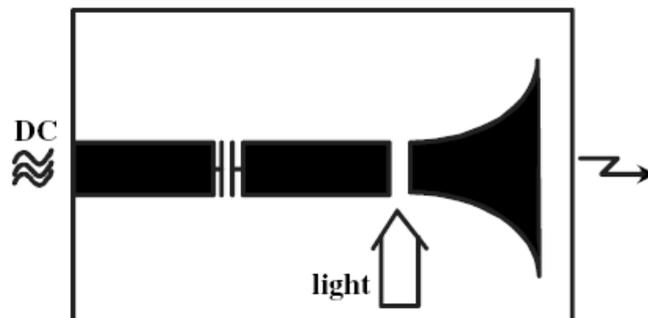


Figura 8

En el lado izquierdo se conecta una fuente de RF o de tensión continua que carga el resonador. A la derecha tenemos un interruptor optoelectrónico (OES), el segundo hueco, que se encargará de dejar pasar la señal.

En este dispositivo se pueden dar dos situaciones:

- Utilizando una fuente de tensión continua el resonador se carga y cuando se cierra el OES el pulso viaja hacia la antena. El ancho de pulso lo da la longitud del resonador. Debe observarse que la forma del pulso generado lo da la estructura de la línea de carga.
- Si utilizamos una fuente de RF, el resonador también se carga y se forma una onda estacionaria de gran amplitud que depende del factor de calidad de la línea de transmisión. Cuando el OES se cierra ópticamente la onda estacionaria se convertirá en una onda que se propaga y se genera un pulso corto de un gran ancho de banda (UWB). Este pulso se radia entonces por la antena utilizando por ejemplo una antena de ranura de banda ancha. Esta técnica es una clase de compresión de pulsos basada en la óptica no lineal.

Procesador de señal de microondas

Utilizando técnicas vistas anteriormente es posible implementar un array en paralelo para procesar la señal de microondas. En la figura 9 se muestra un circuito de microondas en el que la señal de

entrada se divide en varios canales y cada canal contiene un retardador en el tiempo (T) y un control de amplitud (a) que utilizan técnicas ópticas.

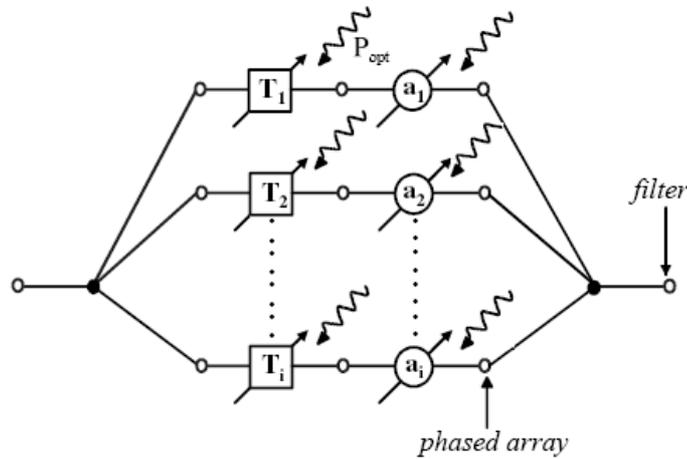


Figura 9

Si combinamos las salidas en un punto común tenemos un filtro transversal, muy utilizados en el proceso de la señal de radar. Si por el contrario la salida se extrae en canales individuales sirve para alimentar una antena de array de desplazamiento de fase.

Enlaces de fibra óptica de banda ancha

Como ya sabemos un enlace óptico analógico o digital consiste en un canal óptico de transmisión, normalmente fibra óptica, con convertidores optoelectrónicos en ambos extremos. En la figura 10 se puede ver el esquema de un enlace de fibra óptica.

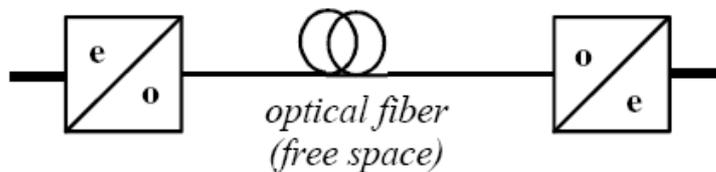


Figura 10

Las ventajas de la fibra óptica son su gran ancho de banda y sus bajas pérdidas. Estas características las hacen adecuadas para los enlaces de microondas.

En la figura 11 podemos ver un enlace bidireccional de fibra óptica. Como se puede ver existe una duplicidad de elementos debido a que existen dos frecuencias uplink y downlink.

En la figura se pueden ver dos arquitecturas. En la convencional se puede ver como ambos extremos de la línea tienen dos elementos. Un diodo láser que proporciona la portadora y un modulador que modula la portadora óptica con la señal de RF y un detector que extrae la RF que viene de la línea.

En la arquitectura avanzada, se puede ver como estos elementos se pueden sustituir por uno solo, como por el EAT que estudiamos en un párrafo anterior. Ópticamente el EAT recibe dos señales, una de downlink y otra del uplink, con diferentes frecuencias. Eléctricamente multiplexa las frecuencias. Como hemos visto antes y debido a que el EAT utiliza mecanismos de electroabsorción para el detector y el modulador, se puede trabajar con anchos de banda de hasta 170 Ghz.

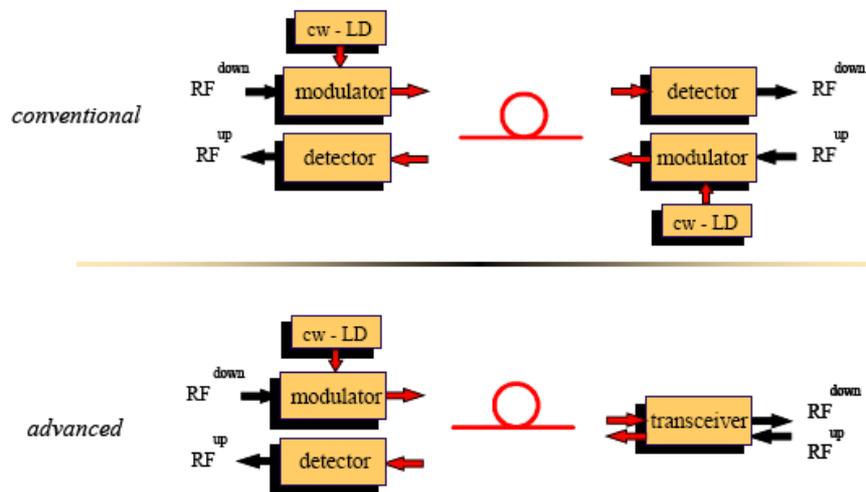


Figura 11

Sensor de EMC

El sensor tiene un modulador de electroabsorción (EAM) al final de una fibra. Si este EAM es excitado por una señal eléctrica en una posición a través de una antena direccional, se podrá medir la señal eléctrica en una dirección determinada. Tenemos entonces un sensor que puede medir un campo eléctrico en una dirección determinada. En la figura 12 podemos ver un esquema del dispositivo.

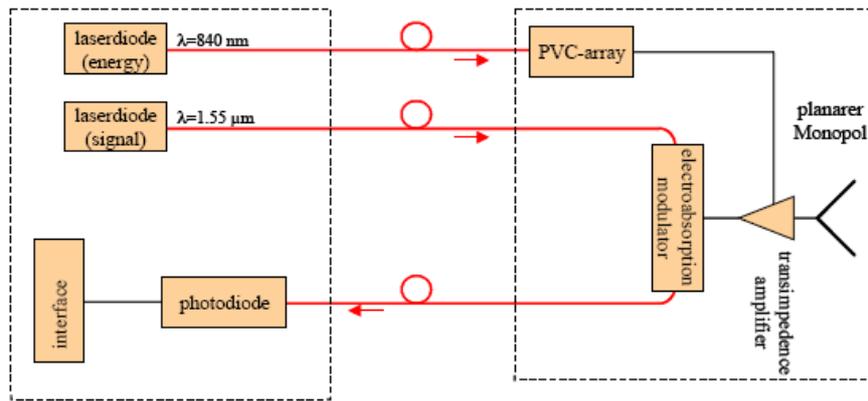


Figura 12

El sensor tiene un dipolo como antena. La salida de esa antena alimenta al EAM a través de un amplificador. La salida óptica a 1.55 μm es enviada a un diodo láser que contiene también un fotodiodo para medir la salida del EAM. La realimentación de continua del amplificador la proporciona una célula fotovoltaica en la cabeza del sensor. Un segundo diodo láser genera la potencia óptica necesaria.

GENERACIÓN ÓPTICA DE SEÑAL

Para incrementar la resolución y la robustez de los sistemas de radar ante las interferencias y jamming es necesario implementar formas de onda complejas a alta velocidad.

Las soluciones actuales a este problema pasan por las técnicas de proceso digital que necesitan altas velocidades de muestreo para la conversión analógico digital.

Una solución nueva sería explotar y combinar las capacidades en el proceso numérico de la electrónica y las capacidades de paralelismo inherentes a la óptica para conseguir implementar el proceso de la señal a muy alta velocidad. Vamos a ver a continuación un generador de onda arbitraria basado en la detección heterodina de una señal de microondas con portadora óptica cuya fase y amplitud es controlada por SLM (Moduladores espaciales de luz).

Antes de continuar repasaremos el principio de funcionamiento de la célula Bragg y de los SLM.

Célula Bragg

Las células Bragg son dispositivos acústico-ópticos muy desarrollados. Una señal eléctrica excita un transductor, creando una señal acústica que se propaga a través del material elástico-óptico transparente. Esta señal acústica produce una variación periódica del índice de refracción que modula o reflexiona un haz de luz incidente.

Estos dispositivos tienen capacidad para modular hasta mil haces individuales de luz. El ángulo de difracción es proporcional a la frecuencia de la señal acústica de la célula que a su vez es proporcional a la señal eléctrica aplicada al transductor. Por lo tanto, la dirección del haz difractado depende de la frecuencia aplicada o variando la frecuencia se puede variar el ángulo del haz.

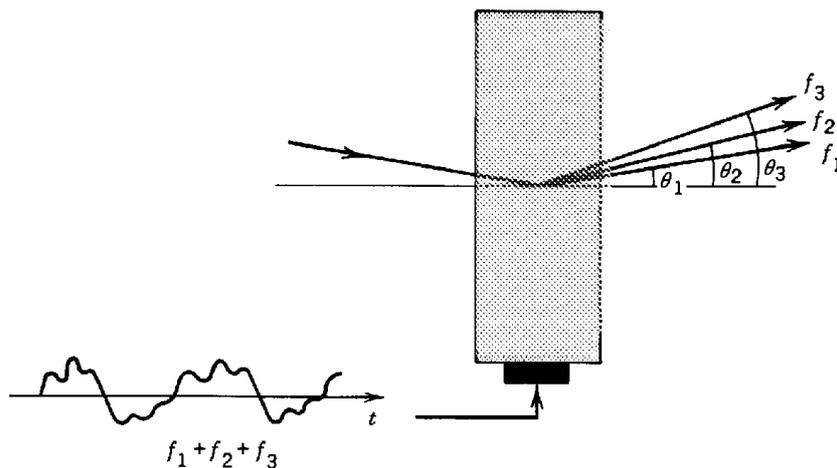


Figura 13

En la figura 13 podemos ver el principio de funcionamiento de la célula Bragg. Una utilización muy común de estos dispositivos es para el análisis de espectros. La llevan algunos equipos de Guerra Electrónica de los que tenemos en la Armada.

Moduladores espaciales de luz (SLM)

Los SLM son dispositivos ópticos activos que tienen la capacidad de almacenar modelos eléctricos u ópticos en matrices de una o dos dimensiones. Pueden modificar o amplificar espacialmente alguna de las características ópticas (fase, amplitud, intensidad y

polarización) de un haz de luz en un dispositivo de salida cuya distribución sea función del espacio y del tiempo.

Los SLM pueden trabajar en modo transmisión o en modo reflexión y se pueden clasificar de acuerdo con la naturaleza de las señales de control.

- Eléctricamente direccionables (ESLM)
- Ópticamente direccionables (OSLM)

En la figura 14 podemos ver el principio de funcionamiento de un SLM

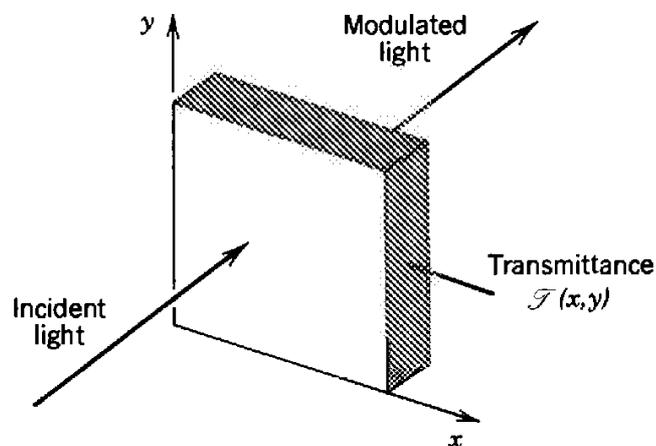


Figura 14

Generador óptico de señal

En la figura 15 se puede ver el principio de funcionamiento de un generador de estas características.

Como se puede ver en la figura un láser transmite onda continua en una frecuencia (ω) y se pasa a través de una célula de Bragg (BC) que está excitada con una señal de pulsación $2\pi f$.

El haz transmitido (ω) y el haz difractado ($\omega+2\pi f$) a la salida de la célula Bragg tienen polarizaciones cruzadas. Estas dos señales se recombinan sin pérdidas en un PBS (polarizing beam splitter) y de él sale una portadora óptica de dos frecuencias en función de la señal de microondas. Cuando un fotodiodo detecta estas dos frecuencias que además están polarizadas con una diferencia de 45° , su salida es una señal de microondas que tiene una frecuencia de batido "f".

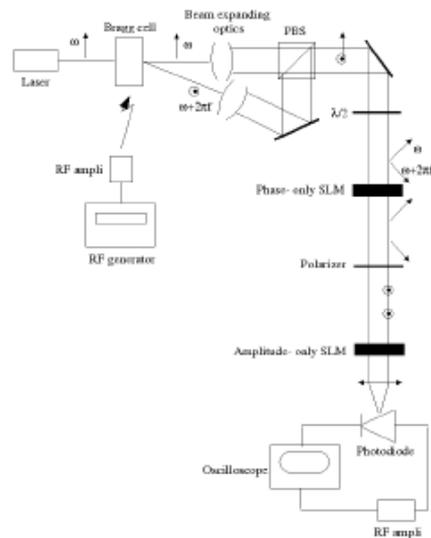


Figura 15

El primer SML, que se puede ver en la figura, proporciona el control de fase de la señal. Divide la señal óptica en un número P de canales. El SML controla la fase de la señal óptica independientemente en cada canal, cambiando la fase óptica relativa de los dos componentes en frecuencia del haz.

A continuación el haz pasa por un polarizador y después va al segundo SML que controla las amplitudes. A la salida pasa por una lente que realiza una suma coherente en el fotodiodo. A su salida tendremos una señal de microondas.

Para señales de microondas complejas, como pueden ser las de radar, la célula Bragg se excita con varias señales de microondas. Cada haz difractado pasa por un píxel determinado de los SML. Se controla entonces la fase y la amplitud de cada frecuencia por separado.

Si utilizamos un píxel para cada frecuencia y le introducimos una serie de frecuencias, por ejemplo del espectro de la señal de radar, podemos generar una señal con forma de onda arbitraria.

Análisis de espectros

Como se ha visto anteriormente la célula de Bragg es muy utilizada en el análisis de espectros de señales de microondas. El principio de funcionamiento de un analizador de espectros con célula de Bragg se puede ver en la figura 16.

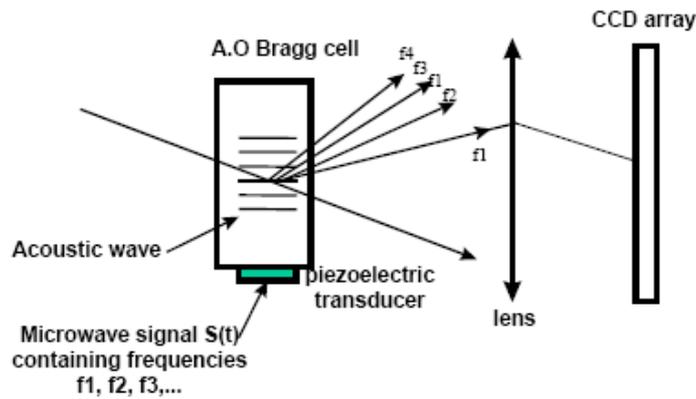


Figura 16

La señal de microondas que se va a analizar se aplica al transductor piezoeléctrico. La onda acústica hace que el índice de refracción del material de la célula varíe.

La variación de índice de refracción es lineal y función de la frecuencia aplicada al transducer. Cuando un haz de un láser atraviesa la célula, cada frecuencia aplicada hará que la luz se difracte en una dirección determinada, correspondiente a la componente en frecuencia aplicada.

Estos haces difractados son enviados a través de una lente a un CCD. AL CCD llega entonces la transformada de Fourier (el espectro en frecuencia) de la señal aplicada. Se presenta entonces una "imagen" en el espectro en frecuencias de la señal aplicada. El nivel de cada componente en frecuencia es proporcional al nivel de potencia de cada componente de entrada.

Una de las características mas interesantes de este análisis es su gran ancho de banda instantáneo y su bajo consumo aunque hoy en día el proceso digital permite el análisis de espectros electrónico con las mismas prestaciones que el óptico.

Filtrado en frecuencia

La combinación de componentes acústico-ópticos y moduladores espaciales de luz (SLM) permite la implementación de funciones de proceso tales como el filtrado adaptativo en frecuencia. El principio de funcionamiento de esta arquitectura se puede ver en la figura 17.

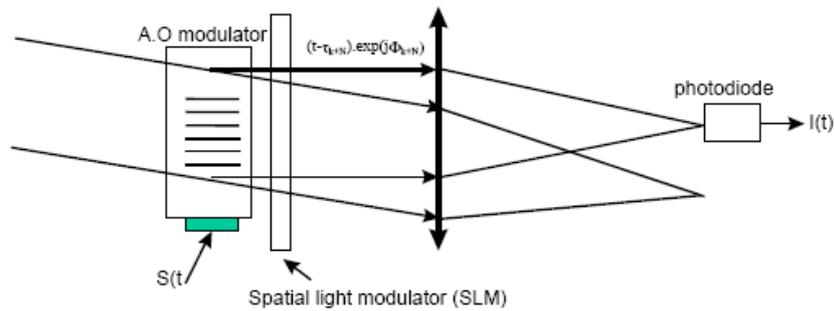


Figura 17

El haz del láser es difractado a su paso por la célula de Bragg como una réplica de la señal de entrada $S(t)$ aplicada al transductor. De acuerdo con la propagación de la onda acústica se producirá la difracción del haz a lo largo de toda la célula. El SLM controla la fase de la de la portadora óptica de la señal de microondas. Estas señales son sumadas coherentemente a la entrada del fotodiodo.

Teniendo en cuenta la capacidad del SLM para proporcionar una ley de variación de fase, se pueden realizar filtros programables muy sofisticados con esta arquitectura.

El inconveniente de esta técnica es que no se han conseguido frecuencias de trabajo mayores de 300 Mhz.

Correladores acústico-ópticos

Le principio de operación de este dispositivo lo podemos ver en la figura18.

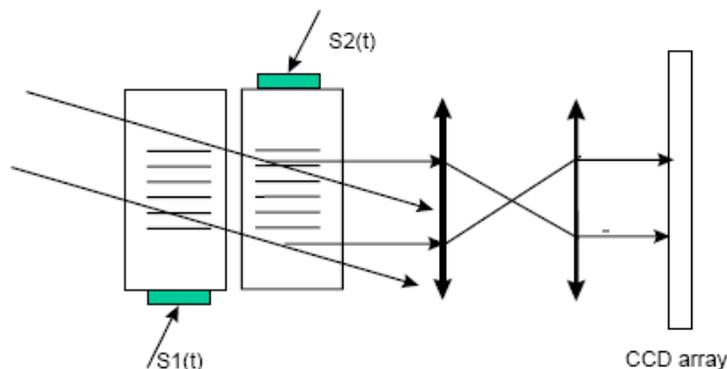


Figura 18

Las señales de microondas $S_1(t)$ y $S_2(t)$ son respectivamente aplicadas a dos células de Bragg, en las que la dirección de

propagación de las ondas acústicas son opuestas. Cada píxel del CCD, detectará e integrará una cantidad de luz proporcional a la expresión $S_1(t) \cdot S_2(t-\zeta)$, que como ya sabemos es la función de correlación.

Otra configuración del correlador es la mostrada en la figura 19. En este caso la primera célula Bragg es sustituida por una fuente láser modulada a la que se le aplica la señal $S_2(t)$.

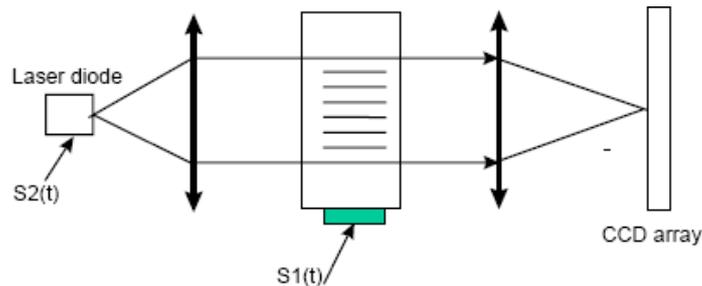


Figura 19

En ambos casos la función de correlación de las dos señales aparece como una función espacial en el array del CCD.

La gran ventaja de este correlador es que permite la correlación de pulsos muy anchos, de hasta algunos cientos de milisegundos.

FORMACION DEL HAZ (BEAMFORMING) EN ANTENAS DE ARRAY

En el campo del radar, guerra electrónica y comunicaciones el futuro está en las antenas de array tanto pasivas, mayoría en la actualidad, como activas que se están imponiendo por sus mejores prestaciones.

Las antenas de array tienen ventajas sobre las convencionales en fiabilidad y flexibilidad para conformar el haz tanto en transmisión como en recepción.

Hoy en día como hemos visto antes, la transmisión óptica de la señal tiene muchas ventajas sobre la electrónica debido a sus bajas pérdidas y su gran ancho de banda.

Pero la tecnología fotónica ofrece nuevas oportunidades en otros campos. En el caso de las antenas de array permite el control de

miles de elementos radiantes en la antena. En un futuro las tecnologías fotónicas permitirán la interconexión en antenas de radar de array consiguiendo gran ancho de banda, inmunidad a las EMI's, reducción de peso y tamaño que nunca se podrían conseguir con interconexiones eléctricas convencionales.

Arquitectura de los conformadores de haz. Estado del arte

Como saben todos aquellos que hayan estudiado algo de antenas de array en radar, la técnica fotónica de conformación del haz mas utilizada es la TTD (True Time Delay). La gran ventaja de esta técnica es las bajas pérdidas de transmisión y la capacidad de distribución de señales de microondas con gran ancho de banda.

En la última década se han propuesto diversas arquitecturas para los sistemas de conformación del haz, que veremos con mas detalle a continuación.

Switched Delay Lines

Esta arquitectura esta basada en interruptores optoelectrónicos que seleccionan tramos de fibra óptica que actúan como línea de retardo. Esto interruptores proporcionan un control digital de la longitud del camino que recorre la portadora óptica de la señal de microondas, lo que permite un control digital del retardo en el tiempo en la antena de array. El principio de operación de este sistema lo podemos ver en la figura 20.

En la arquitectura BIFODEL (Binay fiber optic delay line), la portadora óptica de la señal de microondas es encaminada a través de N segmentos de fibra óptica cuya longitud se incrementa en potencias de dos. Una palabra digital abre y cierra los interruptores de manera que selecciona la conexión de los diferentes tramos de fibra óptica. Con este proceso se controla digitalmente el retardo de la señal y por lo tanto su fase.

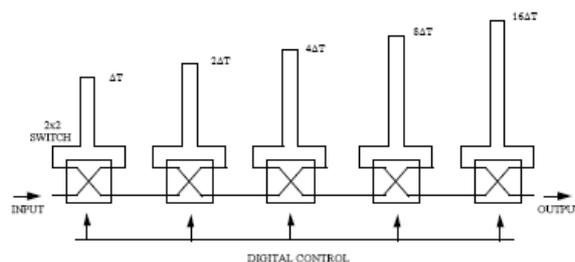


Figura 20

La empresa Thomsom-CSF esta desarrollando un nuevo sistema con arquitectura de líneas de retardo con interruptores. En este caso las matrices tienen interruptores de InP en cascada. Lo podemos ver en la figura 21.

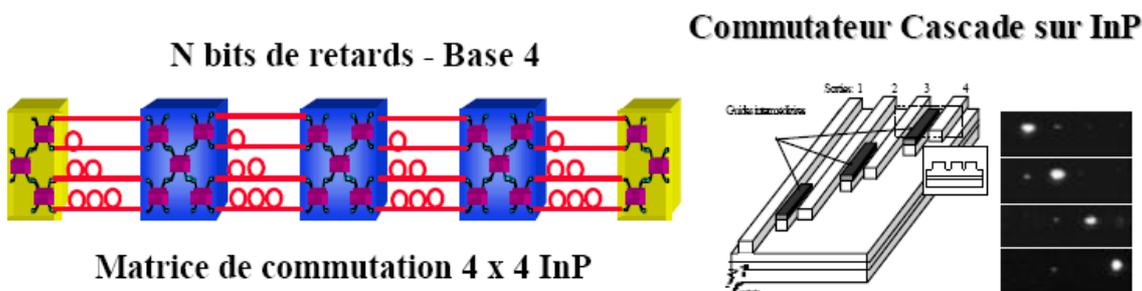


Figura 21

Laser-photodiode swiching

Esta arquitectura fue originariamente propuesta y demostrada por la Hughes Aircraft. El retardo de la portadora óptica de la señal de microondas es definido selectivamente, para cada elemento radiante o array, por el funcionamiento de un diodo láser y un detector colocados respectivamente al comienzo y al final del enlace óptico.

Combinando el encendido del láser y del detector la red, que se puede ver en la figura 22 proporciona 32 opciones de retardo, con cinco bits de resolución.

Basándose en este concepto se han conseguido para una antena de array de dos dimensiones un ancho de banda de 850-1400 Mhz. Hasta el momento esta es la prueba donde se han conseguido las mejores prestaciones del control óptico remoto y de conformación del haz en una antena de array de gran ancho de banda.

Líneas dispersivas

En esta arquitectura el retardo del tiempo que se le aplica a la portadora óptica de la señal de microondas es implementado por varios lasers sintonizados en longitud de onda en conjunción con un material selectivo en longitud de onda. Este material puede ser por ejemplo una fibra óptica utilizada en su región dispersiva.

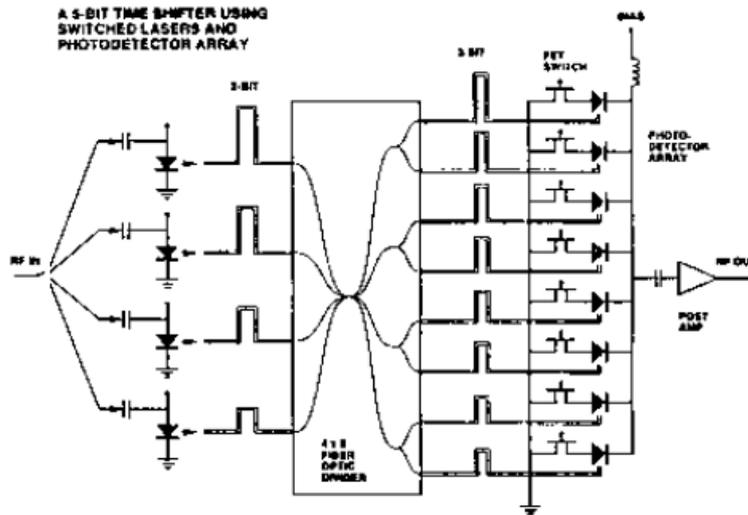


Figura 22

En la figura 23 se ve un diagrama de esta arquitectura que está siendo desarrollada por el NRL⁴.

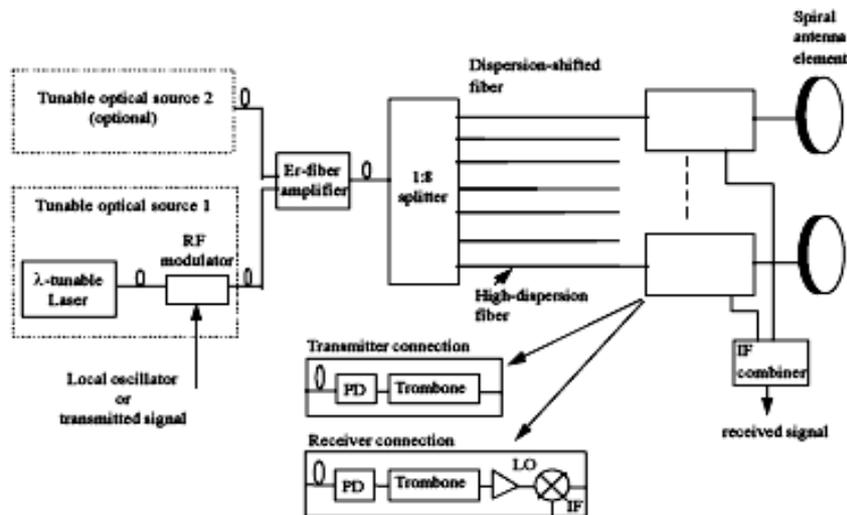


Figura 23

La señal de microondas que llega a los elementos de la antena es transmitida como una portadora óptica sintonizable a través de un banco de fibras ópticas trabajando en su región dispersiva. La función TTD se realiza sintonizando la longitud de onda de la portadora para variar la velocidad de grupo de la propagación de la señal.

Cada enlace de fibra óptica que alimenta un elemento del array tiene una cantidad de dispersión proporcional a la posición del

⁴ Naval Research Laboratory

elemento. El cambio de la longitud de onda de la portadora óptica proporciona el necesario retardo de tiempo proporcional para todos los elementos de la antena.

Este sistema parece adaptarse bien a una antena lineal con un gran número de elementos. Se ha demostrado experimentalmente, en transmisión, un ancho de banda muy grande (2-18 GHz) con 8 elementos radiantes.

Retardos por retícula de Bragg

Varios laboratorios han investigado la utilización de retícula de Bragg de fibra para proporcionar direccionamiento TTD en antenas de array de desplazamiento de fase con control óptico.

Estos estudios van en la línea de utilización de array de multiretículas (chirped grating CG) para cada canal individual. En la figura 24 se puede ver CG conformadores de haz tanto en transmisión como en recepción.

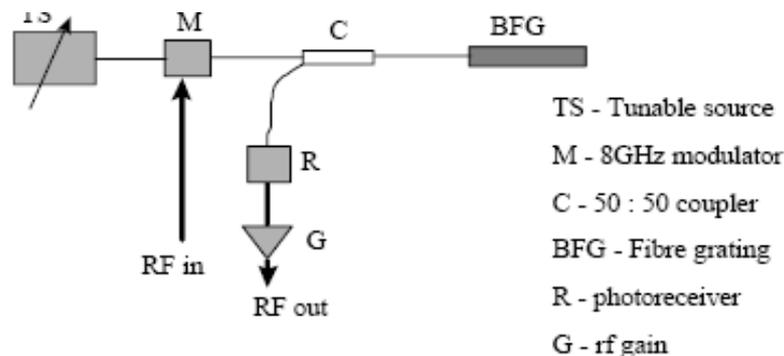


Figura 24

La generación del TTD utilizando elementos multiretícula o CG tiene una ventaja fundamental ya que el retardo, para un elemento simple, es proporcionado por una fibra en vez de la complejidad de los interruptores que hemos visto en secciones anteriores.

Su gran desventaja es la difícil reproducibilidad de las retículas Bragg fabricadas con fibra.

Para un fotodiodo dado, la fase de la señal de microondas es determinada por la tensión aplicada al correspondiente píxel de M_0 y por la elección del PSB en el que ocurre la reflexión.

Ya se han demostrado antenas de array de desplazamiento de fase con control óptico que operan entre 2.5 y 3.5 Ghz. La arquitectura 2D es implementada con 6 SLM de 4x4 pixels. Esto proporciona 32 valores de retardo (5 bits), control de fase analógico y permite el control de 16 elementos de una antena de array de desplazamiento de fase.

CONCLUSIONES

La óptica es una parte de la física muy antigua, el estudio de la luz y de los elementos que la controlan y modifican viene de antiguo. Pero en los últimos años esta materia se rejuveneció.

En las últimas décadas del siglo XX, con la invención del Láser, haz de luz coherente, se abrió un extraordinario campo de posibilidades para la ciencia y la tecnología. No podemos concebir hoy la sociedad sin comunicaciones de fibra óptica o sin algo tan sencillo como un reproductor de CD de música.

Pues bien, este avance de la óptica nos lleva a la aparición de nuevas ramas de la óptica, optronica, óptica cuántica, electroóptica, etc. que por si solas tienen entidad suficiente para considerarlas fundamentales a la hora de su aplicación a las nuevas tecnologías. Por fin en el año 1991 apareció por primera vez el concepto de fotónica, que refleja la unión cada vez mayor entre la electrónica y la óptica.

En este artículo hemos visto unas ideas, muy básicas sobre la aplicación de la fotónica y sus componentes al proceso de la señal de microondas. Evidentemente el campo de las microondas es el más utilizado en radar y comunicaciones y el que más nos interesa a los especialistas en Electrónica, Comunicaciones y Armas.

En primer lugar hemos visto algunos conceptos generales y algunos de los componentes mas utilizados en fotónica y después algunas aplicaciones en el campo de proceso de señal de microondas. Como se ha visto a lo largo del artículo las características inherentes de la óptica en lo que se refiere al ancho de banda y al paralelismo son muy interesantes para estas aplicaciones.

En la última parte del artículo podemos ver nuevos sistemas de conformación del haz en las antenas de array de desplazamiento de fase con tecnología óptica. Estos sistemas de desfasaje óptico (retardo) son la alternativa a los desfasadores magnéticos convencionales. La señal de microondas se modula con una portadora óptica y se implementa el retardo de la señal, y por consiguiente el desfasaje, con elementos ópticos.

La mayoría de estas aplicaciones están todavía en el campo de la investigación y desarrollo. Las empresas están realizando un trabajo muy importante y con seguridad el futuro de este campo esta en la fotónica.

BIBLIOGRAFÍA

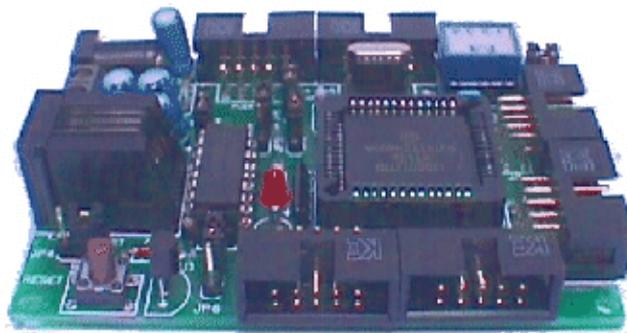
- Merril. I. Skolnik. "*Introduction to Radar Systems*". MacGraw-Hill International Editions. 3ª Ed. 2001
- Byron Edde. "*Radar. Principles, Technology, Applications*". Prentice Hall. 1995
- Bahaa E. A. Saleh. "*Fundamentals of fotonics*". Wiley-Interscience. 1991
- RTO Lecture Series 229. "*Optics microwave Interactions*". RTO Publications. Abril 2003
- Antonio Valles Castro. "*Introducción al proceso digital óptico*". Trabajo fin de Curso. ETEA 1995



**Escuela de Especialidades
"Antonio de Escaño"**



FPGA´s. Aplicaciones en radar



**TN. Antonio Valles Castro
Dpto. Operaciones. Electrónica**

avallesc@fn.mde.es

INTRODUCCIÓN

Uno de los avances más importantes en la tecnología electrónica es el proceso digital y en particular en comunicaciones y en radar, el proceso digital de la señal.

En los últimos años la densidad de integración y la velocidad de los dispositivos integrados han aumentado de acuerdo con la famosa ley de Moore, aproximadamente el doble de velocidad y capacidad de integración cada 18 meses. Esto lleva consigo que se puedan implementar circuitos de proceso que hace unos años eran impensables.

Aunque parezca una obviedad, el gran problema del proceso digital es que el mundo real es analógico. Se hace necesaria la digitalización, es decir, la conversión de las señales analógicas en digitales para su proceso y posteriormente, la conversión de esas señales digitales procesadas en analógicas. El proceso de conversión analógica a digital todavía es el cuello de botella de esta tecnología. La velocidad de conversión es aún relativamente lenta con respecto a la de proceso y ello limita la frecuencia máxima que se puede procesar.

En la electrónica digital se estudian y se diseñan todo tipo de circuitos. Durante años estos circuitos se implementaban, y todavía se implementan con circuitos integrados que contienen funciones fijas, en tarjetas de mayor o menor complejidad. La tendencia actual es utilizar integrados programables que permitan por software realizar diferentes funciones de manera que un mismo integrado pueda implementar diferentes circuitos. Hablamos de los "Dispositivos lógicos programables" (PLD's).

Las ventajas de estos dispositivos lógicos programables son evidentes, reducción del tamaño del circuito, (como se puede ver en la figura 1), diseños flexibles, programación por software, menor coste, etc.

En este artículo hablaremos de los PLD's más avanzados, los Field Programmable Array logic (FPGA) y expondremos algunas aplicaciones en el campo de las comunicaciones y el radar.

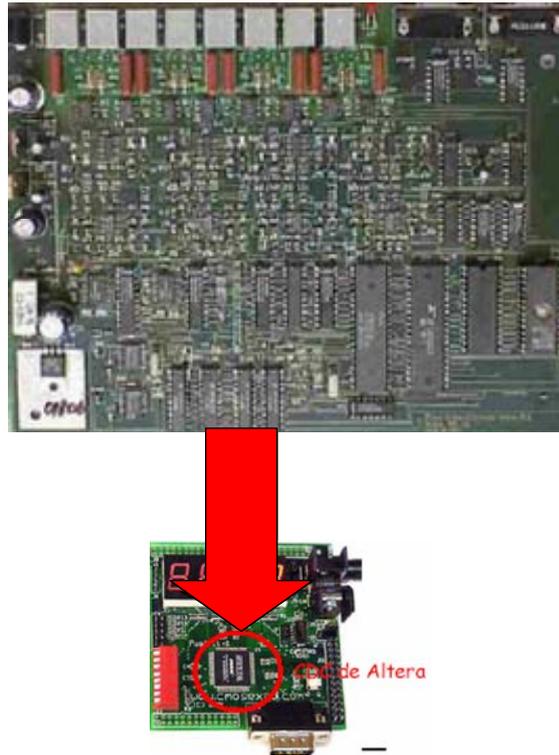


Figura 1

DISPOSITIVOS LÓGICOS PROGRAMABLES (PLD'S)

Introducción

Cuando se diseña un circuito digital y después de realizar todos los pasos llega en momento de la implementación.

A la hora de implementar los circuitos digitales, el diseñador tiene varias posibilidades.

- *Circuitos integrados estándar o de función fija.*- Son circuitos integrados que tienen un función fija y que se pueden encontrar en diferentes escalas de integración, SSI con puertas, MSI con contadores, decodificadores, multiplexores, etc y LSI con unidades síncrona-asíncrona de transmisión recepción, etc.
- *Circuitos digitales configurables.*- Circuitos en los que se puede modificar la función que implementan por medio de la configuración de sus conexiones internas
- *Circuitos de aplicación específica (ASIC).*- Realizan un circuito a medida de la aplicación a la que están

destinadas. Pueden ser realizados totalmente e medida (Custom) o empleando elementos o procesos estandar.

Las ventajas de los circuitos digitales configurables frente a la lógica cableada clásica son muchas, lo que ha hecho que la utilización de estos dispositivos sea cada vez mayor:

- Reducción del tamaño del circuito (Ver figura 1)
- Reducción de costes de fabricación
- Diseños flexibles y adaptables
- Posibilidad de protección del diseño
- Menores retardos de propagación, por lo que se consigue una mayor velocidad
- Diseño con herramientas software de fácil utilización
- Se pueden configurar con equipos de bajo coste

Todos los circuitos digitales configurables están formados por unos recursos lógicos de mayor o menor complejidad y unas interconexiones configurables con el fin de conseguir, mediante los recursos lógicos anteriormente nombrados, implementar el circuito que se desee. Esto se puede ver en la figura 2.

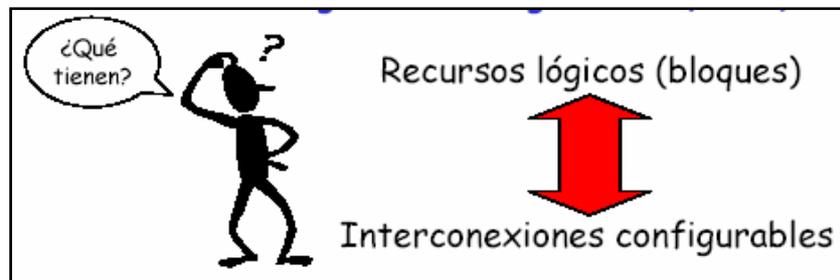


Figura 2

Los circuitos digitales configurables tienen fundamentalmente dos tipos de arquitectura:

- *PLD's: Dispositivos lógicos programables.* Las interconexiones están concentradas y en una disposición matricial. En la figura 3 se puede ver un esquema de esta arquitectura
- *FPGA's: Field Programmable Gate Array.* Las interconexiones están distribuidas. Tienen conjuntos configurables de puertas. Ver figura 4.

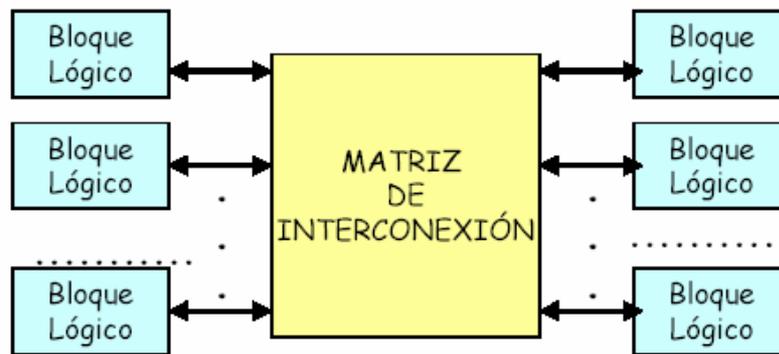


Figura 3

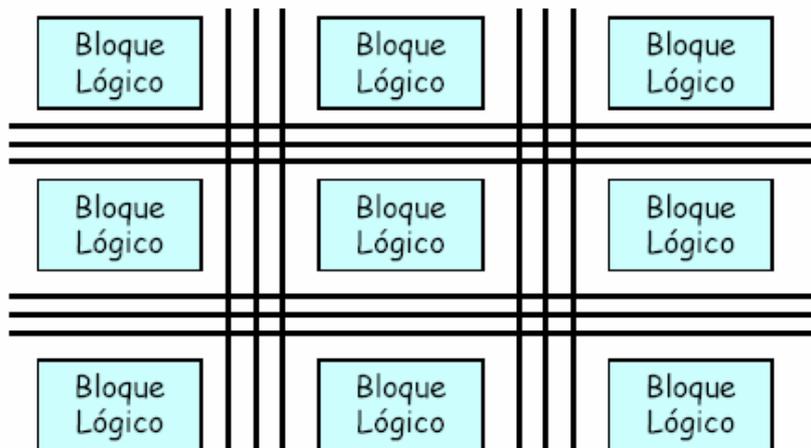


Figura 4

Interconexiones

El tipo de tecnología empleado en las interconexiones es quizás el parámetro más determinante en el avance de estos dispositivos.

Los tipos de interconexiones han ido de la mano con la aparición en el mercado de las diferentes familias lógicas. Lo que en un principio era TTL con el paso del tiempo se ha convertido en MOS y en la actualidad prácticamente la inmensa mayoría de estos dispositivos, en realidad de todos los dispositivos lógicos, son tecnología CMOS.

Existen tres tipos básicos de interconexiones en estos dispositivos:

- *Con fusibles.* Fueron las primeras en aparecer y son irreversibles y no configurables. Una vez abierto el fusible no podía volverse a configurar. Ver figura 5.

- *Con transistores MOS reconfigurables.* Son dispositivos no volátiles, es decir no pierden la información aunque desaparezca la alimentación eléctrica. Pueden ser borrables eléctricamente o por luz ultravioleta. Se pueden ver en la figura 6.
- *Con transistores MOS como memoria activa estática.* Cada una de las conexiones se configura como un elemento de memoria tipo Flip/Flop. Al dejar de alimentar el dispositivo se pierde la información. Se pueden ver en la figura 7.

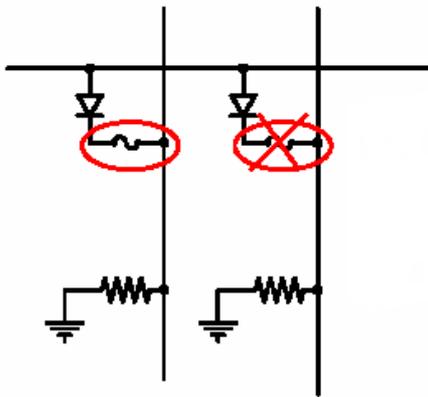


Figura 5

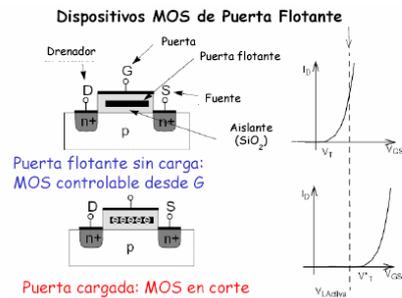


Figura 6

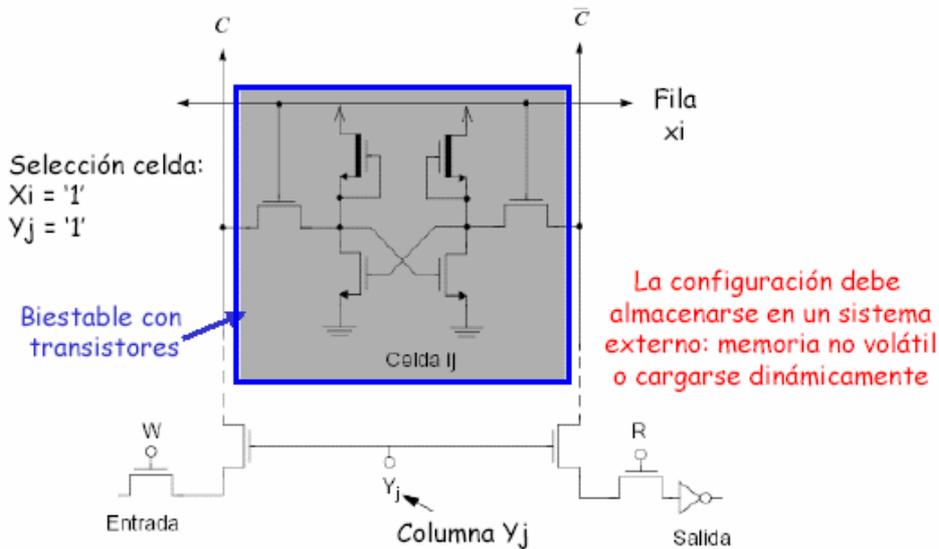


Figura 7

Programmable Array Logic (PAL)

En un principio el acrónimo PAL fue una marca registrada de la empresa MMI, aunque su uso se extendió a todos los dispositivos de este tipo.

Son los más simples de los PLD's y están formados por una matriz de puertas AND programable y una matriz de puertas OR fijas. En la figura 8 se puede ver parte de un diagrama de una PAL.

Este tipo de PAL solo realiza funciones de lógica combinacional. Para ello hubo que añadir a la estructura de la PAL un registro de manera que ya se le podía introducir señales de reloj e implementar también lógica secuencial. Este fue un avance importante que permitió aumentar en gran medida los tipos de circuito que se podían realizar con estos dispositivos. En la figura 9 podemos ver una PAL con registros.

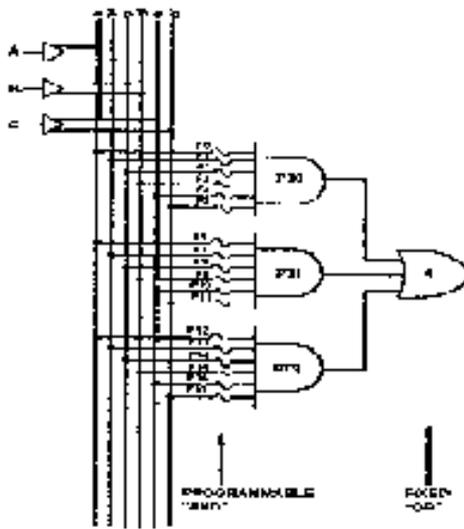


Figura 8

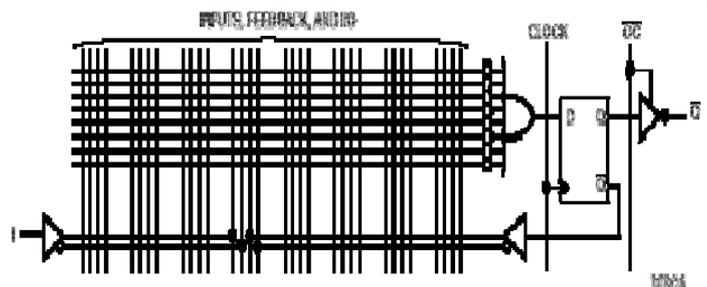


Figura 9

A pesar de su sencillez las PAL pueden hacer un gran número de funciones tanto de lógica combinacional como de lógica secuencial: Cualquier tipo de función con puertas, decodificadores, multiplexores, decodificadores en mapas de memoria, etc.

PAL versátil (VPAL)

Este tipo de dispositivos presentan una evolución de las PAL a dispositivos de más alto nivel. Siguen respetando los principios generales de las PAL, pero incluyen una estructura de celda de salida que se parece cada vez más a las macroceldas de otros dispositivos más avanzados. En la figura 10 podemos ver uno de estos dispositivos.

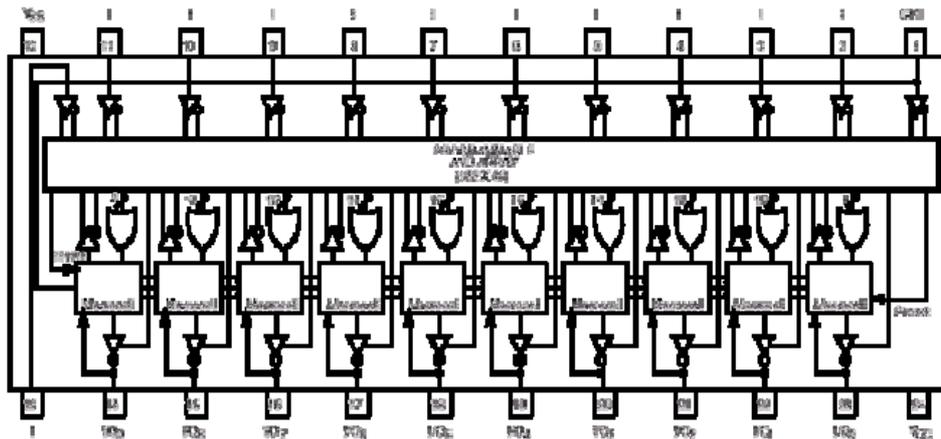


Figura 10

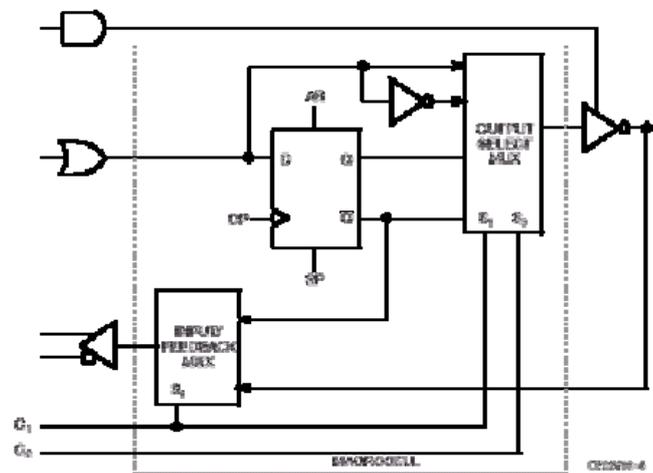


Figura 11

En la figura 11 se puede ver el diagrama de una “macrocelda” de una VPAL. Cada una de las macroceldas puede ser configurada independientemente. El multiplexor de cuatro entradas permite configurar el tipo de salida:

- Salida de lógica combinatoria

- Salida a través de registro
- Salida con estado activo alto
- Salida con estado activo bajo.

Con el fin de que las VPAL arranquen con un estado bien definido, incluyen en su encapsulado una circuitería de inicialización automática que actúa en el momento de aplicar tensión, haciendo que todas las salidas Q de los registros se pongan automáticamente a nivel bajo.

Una vez programada la PAL se comporta como una memoria y su información puede ser leída. Para proteger el desarrollo de las aplicaciones y no puedan ser copiadas se ha previsto un fusible o bit de seguridad. Una vez comprobada la aplicación el fusible se abre y la PAL no puede ser leída por lo que queda protegida contra la copia de la información.

Generic Array Logic (GAL)

Son básicamente estructuras PAL con tecnología CMOS. La aparición de la familia CMOS trajo consigo una serie de ventajas que pronto aprovecharon los fabricantes de estos dispositivos. Las PAL que estaban fabricadas en tecnología bipolar se convirtieron en las GAL. Por lo tanto las arquitecturas y la filosofía de funcionamiento de estas es el mismo que el de las PAL.

Se pretendía conseguir las siguientes características:

- Ofrecer velocidades de trabajo comparables a las PAL bipolares
- Permitir la sustitución patilla a patilla de las PAL bipolares
- Obtener un consumo mas reducido que el de las PAL
- Una mayor flexibilidad de programación que las PAL bipolares

Este último punto se consigue desde el momento que las GAL se pueden grabar y borrar eléctricamente, con lo tienen la capacidad de reprogramar la información contenida en ellos.

En su forma básica es un PLD con una matriz AND reprogramable y una OR fija y una lógica de salida mediante una macrocelda. Esta estructura permite implementar cualquier función lógica en forma de suma de productos.

En una GAL el fusible de las PAL se reemplaza por un transistor CMOS eléctricamente borrable. Mediante programación se activa o desactiva la célula con lo que queda protegida la información contenida en la GAL.

Como hemos visto anteriormente en este artículo, un transistor activado conecta su correspondiente intersección de fila y columna y un transistor desactivado la desconecta. Este proceso se puede ver en la figura 12.

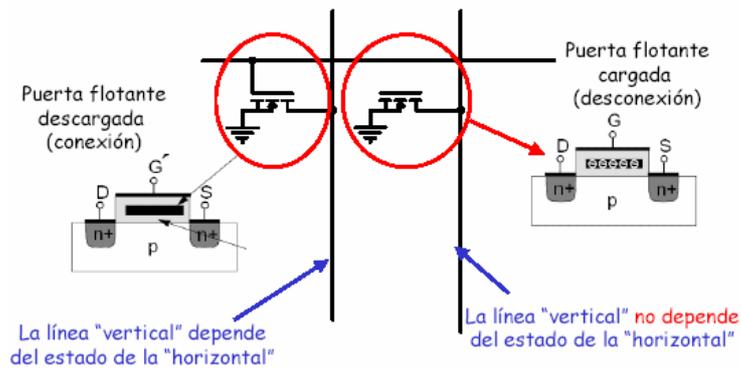
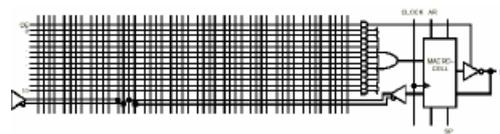
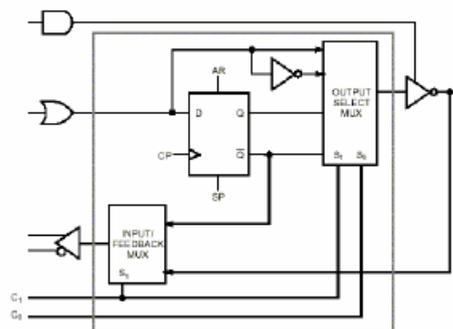


Figura 12



Estructura típica de un GAL



Macrocelda de un GAL22V10

Figura 13

En la figura 13 podemos ver la estructura típica de una GAL y como la macrocelda es igual que la que veíamos en la PAL versátil. Las

GAL son los dispositivos más desarrollados dentro de los PLD's. El siguiente paso en la evolución de los circuitos digitales configurables son los FPGA

FPGA (FIELD PROGRAMABLE GATE ARRAY)

Como se ha visto anteriormente un dispositivo FPGA consiste, básicamente, en una distribución matricial de celdas lógicas comunicadas entre si por medio de unos canales o rutas y con una celdas de entrada y salida que permiten su conexión con el exterior.

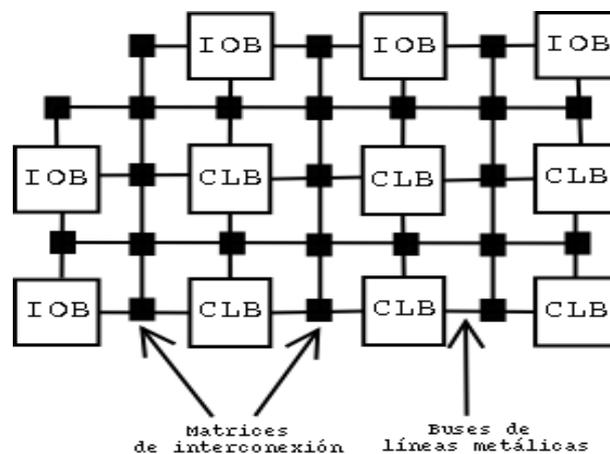


Figura 14

En la figura 14 podemos ver la estructura básica de un FPGA. Existen una serie de celdas lógicas (Configurable Logic Block) y de celdas de entrada y salida (Input Output Block) que a través de los buses y de una matriz de interconexión entre ellos permite realizar una gran cantidad de funciones lógicas desde las más sencillas a las mas complejas.

Las características más importantes de los FPGA's son:

- Una gran velocidad. Aumentan considerablemente la frecuencia de operación de los sistemas. Ello permite su utilización en sistemas de proceso adaptativo y en tiempo real.
- Una gran densidad y capacidad. Estos dispositivos necesitan una gran cantidad de recursos por lo que su densidad tiene que ser alta. Hay que tener en cuenta que pueden implementar las funciones mas complejas.

- Gran facilidad de uso y programación. Las cada día más sofisticadas herramientas software de programación hacen que estos dispositivos tengan una gran flexibilidad con una gran facilidad en su operación.
- La característica mas importante es que son programables y reprogramables dentro del circuito lo que permite, junto con su gran velocidad de operación, utilizarlos en sistemas de proceso adaptativo y en tiempo real.

Estos dispositivos tienen un gran número de aplicaciones de todo tipo tanto en proceso digital convencional como en el proceso digital de la señal debido a las altas frecuencias de trabajo que consiguen. En cuanto al proceso digital se pueden utilizar en aplicaciones tales como controladores de memoria RAM dinámica, controladores de bus PCI, gestión de redes Ethernet, ATM, etc.

Existen dos tipos de FPGA's en función del modo de realizar las conexiones. Los FPGA de antifusibles y los FPGA's SRAM o también llamados LCA.

FPGA de antifusibles

En estos dispositivos la programación se realiza estableciendo el contacto entre dos superficies metálicas que previamente están aisladas. El nombre de antifusibles viene porque se realiza el proceso inverso a los fusibles.

Para efectuar esta operación se utiliza silicio no cristalizado (amorfo) que hace las veces de aislante. Al aplicar una tensión entre 10 y 12 voltios durante el tiempo necesario, las capas de metal penetran en esta vía estableciendo el contacto.

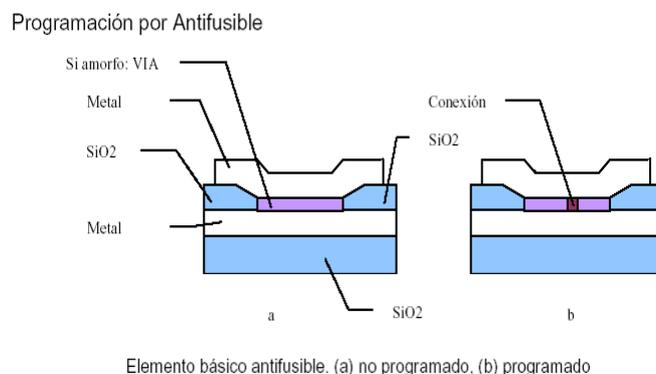


Figura 15

En la figura 15 podemos ver el proceso de la creación de la conexión por antifusible.

La principal ventaja de este tipo de FPGA es su pequeño tamaño y la gran densidad de integración que se puede conseguir. Su pequeño tamaño hace que el número de conexiones integradas en un circuito integrado sea mucho más grande que la de otros tipos de dispositivos.

De cualquier manera este tipo de FPGA's tiene la gran desventaja de que una vez programado ya no se puede volver a reprogramar ya que la conexión de un antifusible es irreversible. Por lo tanto la flexibilidad de este tipo de FPGA's es baja en comparación con otros tipos de dispositivos.

En la figura 16 podemos ver la arquitectura básica de interconexión entre canales verticales y horizontales de un dispositivo FPGA de la familia ASIC380 de Cypress.

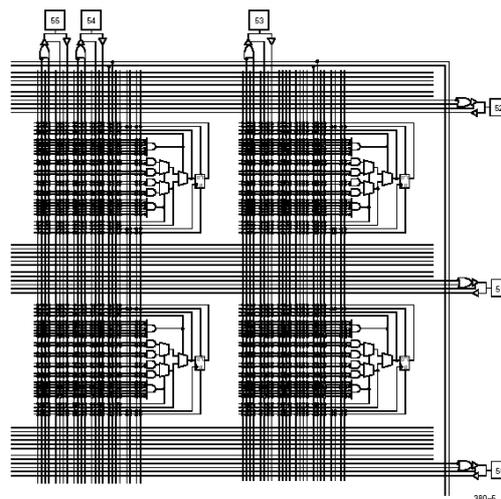


Figura 16

FPGA's SRAM o LCA

En este tipo de dispositivos la programación se realiza con células SRAM (RAM estática). Estas células, biestables, realizan el control de los transistores que realizan la conexión, de forma que establezcan la conexión entre los canales verticales y horizontales.

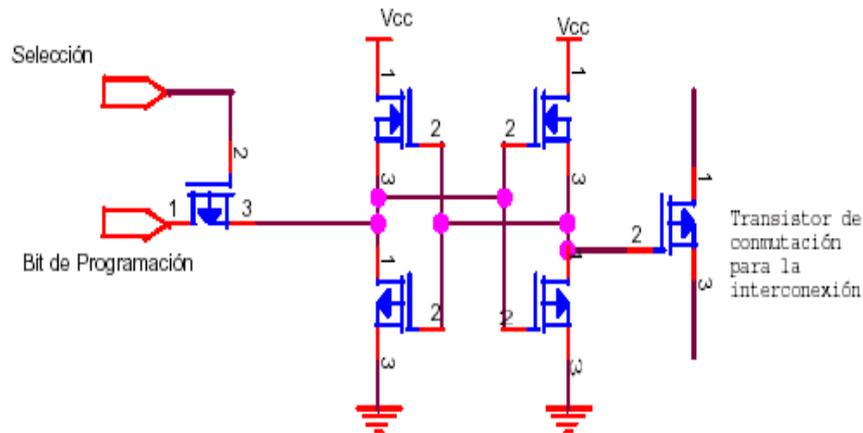


Figura 17

En la figura 17 podemos ver la configuración básica de una célula SRAM que controla un transistor en conmutación que es el que realiza la conexión. En realidad se trata de una célula de memoria que controla la conducción del transistor que establece la comunicación. Como todas las células de memoria RAM cuando la alimentación desaparece la información de la conexión se pierde, es decir, es no volátil.

Una característica importante es que estas conexiones son reprogramables. Al contrario que los FPGA's de antifusibles, los de este tipo son reprogramables solo con cambiar el estado de los Flip/flop. La célula SRAM no se altera físicamente en la operación de programación y por lo tanto es reversible. Además es programable eléctricamente sin necesidad de sacarla del circuito por lo que se puede utilizar cuando necesitemos algún tipo de proceso adaptativo.

Al ser volátil se necesita introducir la información de las conexiones cada vez que se conecta el circuito. Para ello normalmente se utiliza una memoria EEPROM. Cuando se corta la alimentación, la información de las conexiones se vuelca en una memoria EEPROM, no volátil, de manera que esa información no se pierde. Cuando se da la alimentación de nuevo, la información de las conexiones contenida en la EEPROM se vuelca en las células SRAM y el sistema se inicia con las conexiones establecidas para la operación que van a realizar.

Por otra parte una celda SRAM asociada a un transistor de paso es mucho mas grande que un elemento antifusible por lo que no se

puede conseguir los niveles de integración que ofrecen los antifusibles.

Cada ingeniero de desarrollo debe buscar un compromiso entre la flexibilidad que ofrecen las FPGAs programadas por SRAM y el nivel de integración y las prestaciones que ofrecen las basadas en programación por antifusible.

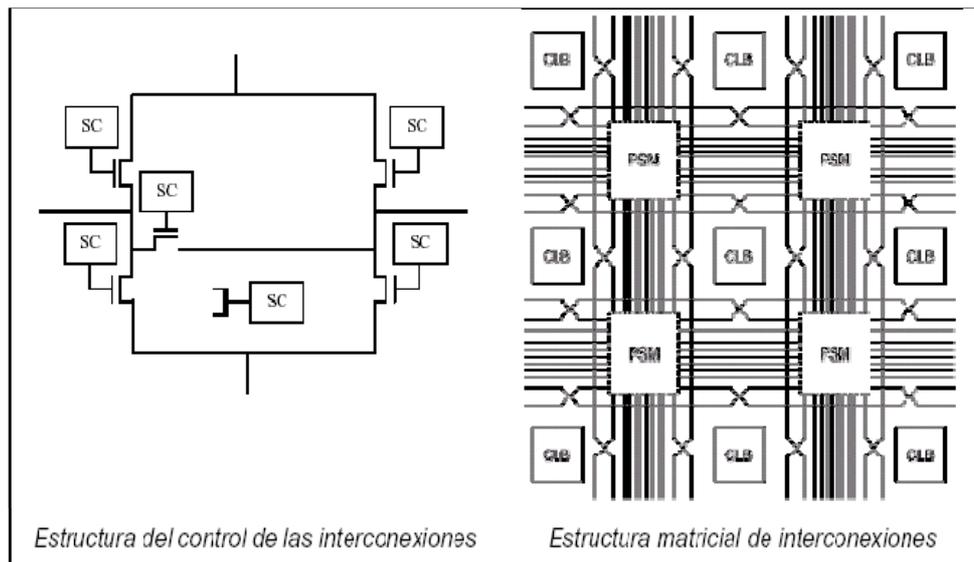


Figura 18

En la figura 18 podemos ver la estructura de un FPGA SRAM de la empresa Xilinx, de la familia X4000. En la interconexión entre canales, Xilinx utiliza cinco de estas celdas SRAM para interconectar las líneas verticales y horizontales. El diseño se basa en controlar, mediante células de tipo SRAM, las conexiones entre los dos tipos de canales. Estas conexiones son denominadas por Xilinx Matrices de Conmutación Programables (Programmable Switch Matrix o PSM) y rodean a las unidades de manipulación lógica CLB (Configurable Logic Blocks) para poder interconectar a estas entre sí y con las unidades de entrada/salida (Input-Output Block o IOB).

Además de las matrices PSM, la arquitectura de esta familia de Xilinx incluyen elementos programables que conectan las entradas de los bloques CLB, con líneas independientes o con líneas que atraviesan todo el dispositivo.

Celdas lógicas

Las celdas lógicas están condicionadas por los recursos de rutado. Aquellos FPGAs con grandes recursos de rutado, como un gran número de líneas o conexiones programables, suelen tener celdas lógicas pequeñas. Este es el caso de los FPGA de antifusibles.

En cambio los FPGAs con estructuras de rutado más pequeñas tienden a tener celdas lógicas grandes con pocas entradas/salidas por celda. Este es el caso de los FPGA SRAM.

Las FPGAs programadas por antifusible suelen tener celdas lógicas con un gran número de entradas y salidas debido a la disponibilidad de transportar señales de una celda a otra. En la figura 19 se puede ver una celda lógica que responde a esta filosofía: familia ASIC380 de Cypress

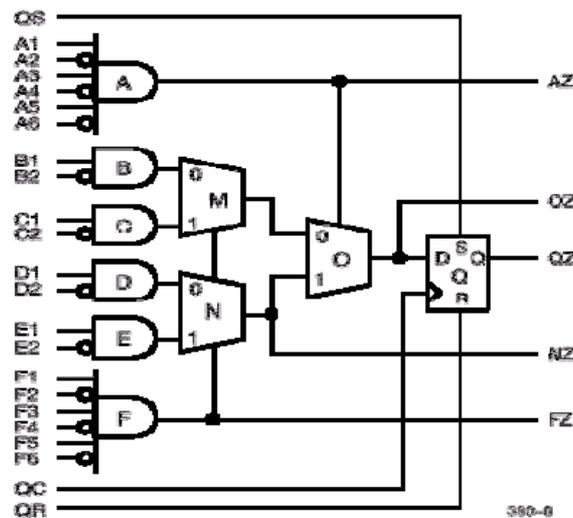


Figura 19

Como se puede ver la célula lógica de la figura tiene muchas líneas de entradas y salidas, pero la lógica de la célula es sencilla. Los FPGA's antifusibles tienen una mayor facilidad para realizar un mayor número de conexiones por lo que el número de líneas de conexión es mayor. Este tipo es el más indicado para funciones sencillas.

Los FPGAs basados en programación SRAM utilizan celdas lógicas más grandes, con pocas entradas y salidas. Pueden implementar funciones complejas sin necesidad de ir a otras celdas lógicas que

es algo que siempre implica retardos de señal. El hecho de tener pocas salidas por celda hace que sean poco eficientes a la hora de implementar funciones sencillas.

Un ejemplo es la familia X4000 de Xilinx, cuyo esquema básico de CLB lo podemos ver en la figura 20.

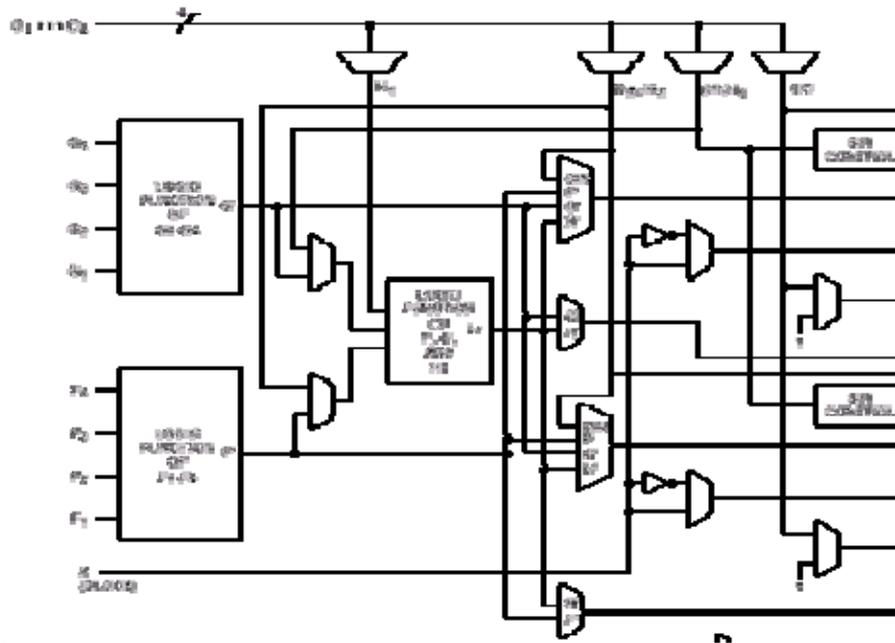


Figura 20

Como se puede ver en la figura, la estructura de la célula es más compleja y el número de líneas de entrada y salida es menor debido a las mayores restricciones a la hora de realizar conexiones.

En la figura 21 podemos ver un ejemplo de la implementación de los dispositivos FPGA y en la 22 vemos una fotografía de uno de ellos.

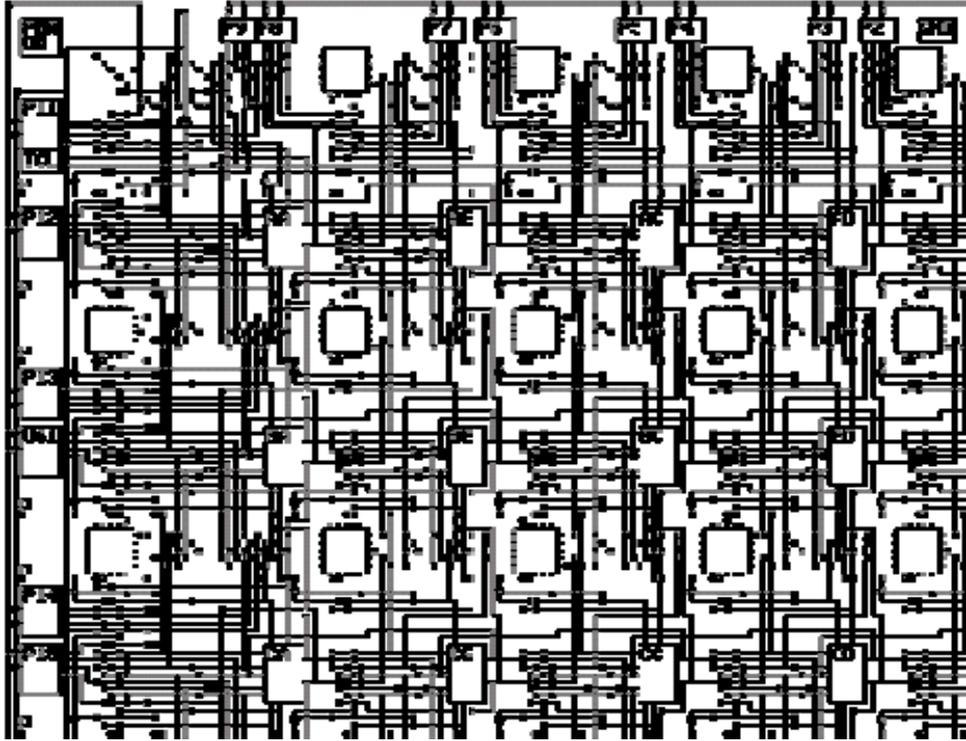


Figura 21

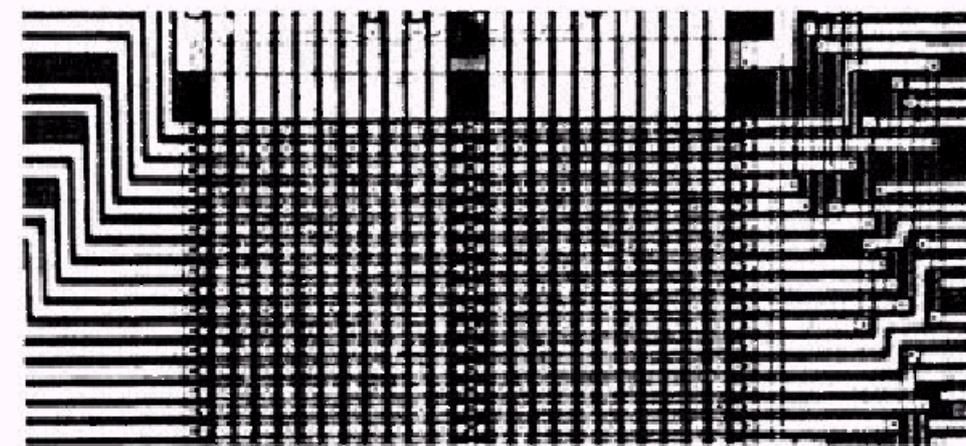


Figura 22

APLICACIONES

Las aplicaciones de los FPGA's son muchas y muy variadas. En un principio se utilizaban para el proceso digital. Hemos señalado en un punto anterior de este artículo que se utilizan a menudo como controladores de DRAM, de bus PCI de redes Ethernet, etc.

En el campo del proceso de la señal tienen cada vez más aplicaciones. El aumento de la velocidad de estos dispositivos junto con su flexibilidad los hace cada vez más utilizados en este campo. Gran parte de los receptores digitales son implementados con estos dispositivos.

A continuación vamos a ver algunas aplicaciones en el campo del radar.

FPGA's en un radar de compresión de pulsos

Los diseñadores de radar buscan mejorar las prestaciones de los radares. La última generación de FPGA's tiene unas excelentes características que permiten su utilización en algoritmos de proceso avanzados tal como la compresión de pulsos o la FFT.

Las prestaciones de los FPGA's, utilizados en el proceso de la señal de radar, mejoran las características de ruido en el receptor, exactitud, proceso de señal y detección de blancos múltiples.

En la figura 23 podemos ver un radar de compresión de pulsos que implementa sus circuitos de proceso con dispositivos FPGA.

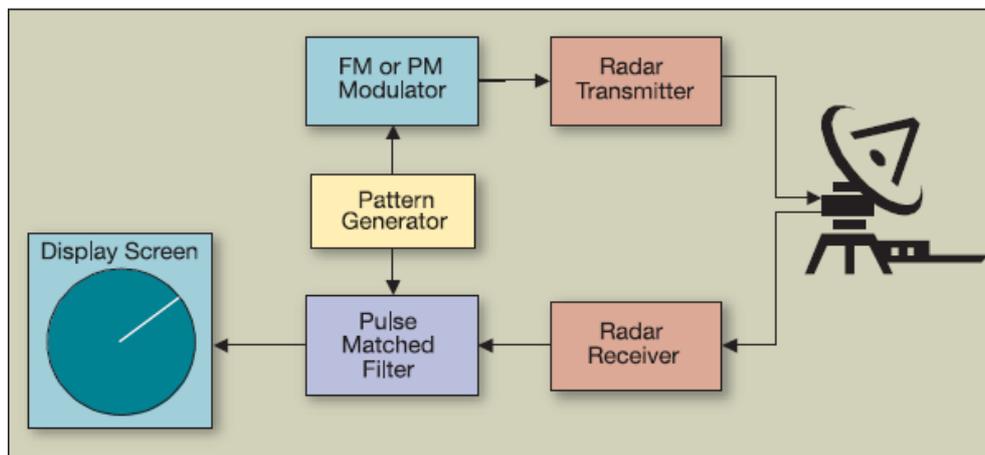


Figura 23

Una manera de implementar un filtro adaptado es una técnica empleada en el proceso digital de la señal: La correlación de las señales en el dominio del tiempo puede conseguirse por la multiplicación de las señales en el dominio de la frecuencia.

Para implementar este algoritmo se utiliza la FFT para convertir las señales en el dominio del tiempo en el de la frecuencia y la FFT inversa para volver al dominio del tiempo.

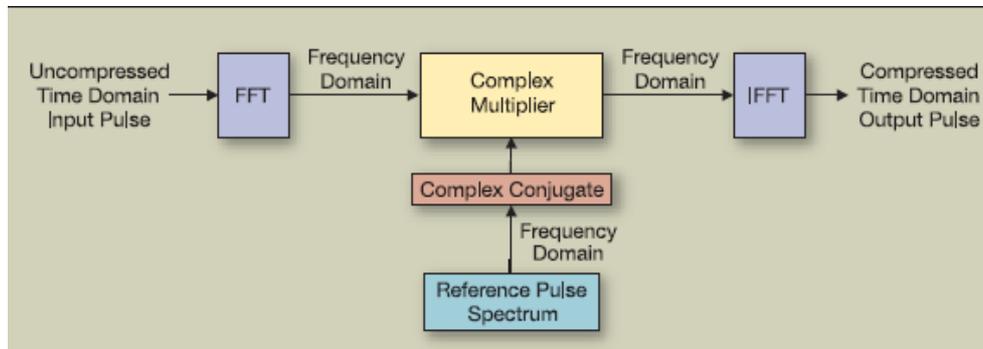


Figura 24

En la figura 24 se puede ver el diagrama de bloques del circuito de compresión de pulsos digital. En el centro se almacena una muestra de una muestra de la señal de transmisión que se toma como referencia. La conjugada compleja de esa señal de referencia se multiplica por la señal en el dominio de la frecuencia procedente de la FFT. El resultado es la función de correlación. La IFFT convierte la señal comprimida al dominio del tiempo.

Este circuito está implementado por FPGA's de las familias VIRTEX-II, VIRTEX-II Pro y Spartan de Xilinx. Aparte de la velocidad y exactitud, los FPGA's proporcionan a los diseñadores la posibilidad de implementar un gran número de recursos como puertas, multiplicadores, etc. En este caso el algoritmo más crítico a la hora de su implementación es la FFT por el gran número de multiplicaciones que tiene que realizar. Estos multiplicadores son implementados con dispositivos FPGA con muy buenas prestaciones. Los FPGA's están sustituyendo a las tarjetas DSP en tareas de proceso en muchas aplicaciones, especialmente en radar.

Procesador de señal de radar implementado con FPGA's

El receptor de radar que aquí se presenta tiene proceso doppler de la señal y compresión de pulsos. Tiene cuatro canales con diferentes frecuencias y polarizaciones, con ancho de banda limitado y demodulación digital. Finalmente mide la potencia media

del eco y el desplazamiento de frecuencia doppler entre sucesivos ecos.

El proceso de cada canal necesita alrededor de 5 gigamultiplicaciones por segundo. Este proceso así como la demodulación y el filtro adaptado se han implementado con FPGA's.

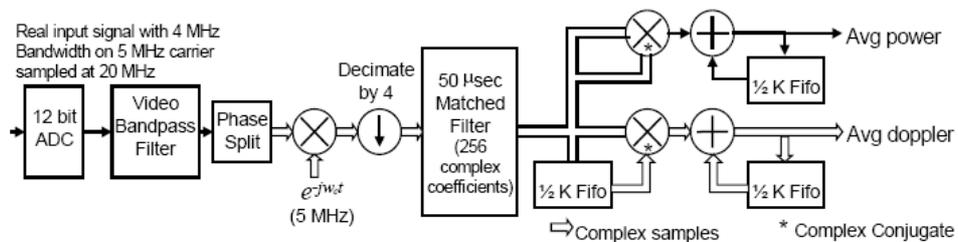


Figure 1. Radar signal processor (one of four channels shown)

Figura 25

En la figura 25 se puede ver el esquema en bloques de uno de los canales del procesador del radar.

El filtro adaptado necesita en cada canal sobre 1000 multiplicaciones por muestra, una carga de trabajo que sobrepasa a un microprocesador. El paralelismo disponible en un FPGA y la utilización de unos cuantos algoritmos permiten que un FPGA maneje dos canales.

Un FPGA VIRTEX XCV 1000-4 de Xilinx implementa dos canales de proceso. Estos dos canales de proceso constan de 2 demoduladores, un par de filtros adaptados complejos y un procesador doppler por cada canal. Esto nos puede dar una idea de la capacidad de proceso de estos dispositivos. Solo comentar por curiosidad que los filtros adaptados complejos de los dos canales ocupan aproximadamente 3100 CLB's, casi la mitad de las células lógicas del FPGA.

CONCLUSIONES

A lo largo de este artículo hemos visto el funcionamiento de los distintos dispositivos lógicos programables, empezando por los mas sencillos ya prácticamente en desuso y continuando por las diferentes familias que fueron apareciendo, primero en tecnología TTL y después en tecnología CMOS.

Al final hemos estudiado los FPGA's que son los circuitos mas avanzados y los mas utilizados en la actualidad. Su velocidad, flexibilidad y fácil programación hacen que sean dispositivos que pueden implementar cualquier función de proceso lógico.

Pero quizás el campo en que más se están utilizando sea el proceso digital de la señal. Conforme van mejorando sus prestaciones van sustituyendo progresivamente a las tarjetas DSP y su campo de aplicación se va ampliando. En un futuro no muy lejano los procesadores digitales de señal se implementaran prácticamente en su totalidad con FPGA's.

Por último se han presentado dos procesadores de señal de radar implementados con estos dispositivos. La capacidad de proceso es cada vez mayor, lo que permite la utilización de los FPGA's incluso en los procesadores más complejos.

Existe en la literatura muchos mas ejemplos de utilización de los FPGA en el proceso de señal de radar y de comunicaciones. No cabe duda de que estos dispositivos son el futuro próximo del proceso digital de la señal.

BIBLIOGRAFÍA

- Merril. I. Skolnik. *"Introduction to Radar Systems"*. MacGraw-Hill International Editions. 3ª Ed. 2001
- Enrique Mandado. *"Dispositivos Lógicos Programables y sus aplicaciones"*. Thomson. 2002
- John G. Proakis. *"Tratamiento digital de señales"*. Prentice Hall. 2001
- Jacobo Alvarez Ruiz de Ojeda. *"Diseño de Aplicaciones Mediante PLDs y FPGAs"*. Tórculo Edicions. 2001

